# 第 1 講　文字式の証明

## Step 1

1　3けたの正の整数から，その数の各位の数の和をひくと，9の倍数になることを次のように証明した。[ア]〜[エ]にあてはまる数や式を入れなさい。

［証明］
3けたの正の整数の百の位の数を $a$，十の位の数を $b$，一の位の数を $c$ とすると，この整数は $100a + 10b + c$ と表される。また，この整数の各位の数の和は [ア] と表される。3けたの正の整数から，その数の各位の数の和をひくと

$(100a + 10b + c) - ($ [ア] $) =$ [イ]

$=$ [ウ] ( [エ] )

[エ] は整数だから，[ウ] ( [エ] ) は9の倍数である。

したがって，3けたの正の整数から，その数の各位の数の和をひくと，9の倍数になる。

【青森県】

2　連続する3つの整数の性質について，次のように説明するとき，[ア]〜[ウ]に当てはまる式を，[エ]に当てはまる数を，それぞれ書きなさい。

（説明）　連続する3つの整数のうち，真ん中の整数を $n$ とすると，

もっとも大きい整数は [ア]

もっとも小さい整数は [イ]

と表すことができる。

もっとも大きい整数の2乗からもっとも小さい整数の2乗をひくと，

( [ア] $)^2 -$ ( [イ] $)^2 =$ [ウ]

となる。

よって，連続する3つの整数には，もっとも大きい整数の2乗からもっとも小さい整数の2乗をひいた値が，真ん中の整数の [エ] 倍となる性質がある。

【北海道】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　2

3　まさとさんは，右のように，縦５つ，横５つのマス目の中に，左上から順に右へ５つずつ，１から25までの整数を書き並べた表をつくった。この表をもとに，この表の中に並んでいる数について，どんなきまりがあるかを予想し，このことについて，文字式を使って証明した。次は，まさとさんがまとめたノートの一部である。このとき，下の(1)・(2)の問いに答えなさい。

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |

まさとさんのノート

表の中の，縦，横２つずつの正方形の形に並んでいる４つの整数において，下２つの数の積から上２つの数の積をひくと，

例１

| | |
|---|---|
| 1 | 2 |
| 6 | 7 |

例２

| | |
|---|---|
| 2 | 3 |
| 7 | 8 |

例１の４つの数１，２，６，７では，40

例２の４つの数２，３，７，８では，50

となった。

このことから，下２つの数の積から上２つの数の積をひくと，その差は10の倍数になると予想できる。

【予想したことの証明】

正方形の形に並んだ４つの整数について，左上の数を整数 $n$ とすると，右上の数は［ア］，左下の数は［イ］，右下の数は［ウ］と表される。このとき，

［エ］

(1)　［ア］～［ウ］に当てはまる文字式をそれぞれ書け。

(2)　［エ］には，証明の続きが入る。［エ］に入る内容を，言葉と式を使って書け。

【高知県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　3

4　2 けたの正の整数 M がある。この整数の十の位の数と一の位の数との和を N とする。このとき，$M^2 - N^2$ は 9 の倍数であることを，文字式を使って証明せよ。

【香川県】

5　2 つの奇数の積は奇数であることを，A さんは次のように証明した。

【A さんの証明】

> $n$ を整数とすると，2 つの奇数は $2n + 1$，$2n + 3$ と表される。
> このとき，2 つの奇数の積は，
> $$(2n + 1)(2n + 3) = 4n^2 + 8n + 3$$
> $$= 2(2n^2 + 4n + 1) + 1$$
> $2n^2 + 4n + 1$ は整数だから，これは奇数である。
> よって，2 つの奇数の積は奇数である。

このとき，次の問いに答えよ。

(1)　A さんの証明は正しくない。その理由を書け。

(2)　2 つの奇数の積は奇数であることを証明せよ。

【福井県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

〈 ***Note*** 〉

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第２講　平方根の性質

## Step 1

1　次のアからエまでの文の中から誤っているものを１つ選んでそのかな符号を書き，正しい文にするために下線部を正しい整数に書き直しなさい。

ア　$-\sqrt{81}$ は $\underline{-9}$ である。　　イ　$\sqrt{(-9)^2}$ は $\underline{-9}$ である。

ウ　81 の平方根は $\underline{\pm 9}$ である。　　エ　$(\sqrt{9})^2$ は $\underline{9}$ である。

【愛知県】

2　次の問いに答えなさい。

(1)　$\sqrt{5} < \sqrt{a} < 2\sqrt{2}$ に当てはまる自然数 $a$ を，すべて求めなさい。

【長野県】

(2)　$\sqrt{2} < x < \sqrt{19}$ を満たす整数 $x$ を，小さい順にすべて書きなさい。

【群馬県】

(3)　$3 < \sqrt{\dfrac{n}{2}} < 4$ をみたす自然数 $n$ の個数を求めよ。

【鹿児島県】

3　次の問いに答えなさい。

(1)　$\sqrt{3} = 1.732$ として，$6 \div \sqrt{3}$ の値を求めるために，学さんは $a \times 1.732$ と計算した。この計算が正しくなるような $a$ の値を求めなさい。

【秋田県】

(2)　$\sqrt{5} = 2.236$ として，$\dfrac{1}{\sqrt{5}}$ の近似値を四捨五入して小数第２位まで求めなさい。

【岐阜県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step 2

4 次の問いに答えなさい。

(1) $\sqrt{28n}$ が自然数となるような自然数 $n$ のうち，もっとも小さい数を求めなさい。

【青森県】

(2) $\sqrt{\frac{48}{5}n}$ が自然数となるような，最も小さい自然数 $n$ の値を求めなさい。

【神奈川県】

5 次の問いに答えなさい。

(1) $3\sqrt{2}$ を小数で表したとき，その整数部分の値を求めなさい。　【岐阜県】

(2) $\sqrt{10}$ の小数部分を $a$ とするとき，$a(a+6)$ の値を求めよ。　【奈良県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step 3

**6** 次の問いに答えなさい。

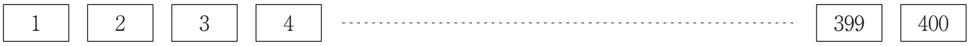
(1) $\sqrt{\dfrac{1000}{ab}}$ が自然数になるような１けたの自然数 $a$，$b$ は何組あるか，求めなさい。

【秋田県】

(2) $\dfrac{\sqrt{50-2n}}{3}$ が自然数になるとき，自然数 $n$ の値を求めなさい。 【千葉県】

**7** 次のⅠ図のように，１から 400 までのすべての整数が１つずつ表に書かれているカードが 400 枚ある。

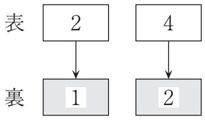
Ⅰ図




これらのカードの裏に，カードの表の整数が $x$ のときは，$\sqrt{x}$ の整数部分（$\sqrt{x}$ 以下の整数のなかで最も大きい数）を書くことにする。

例えば，右のⅡ図のように，カードの表の整数が２のときは，$\sqrt{2}=1.414\cdots$ だからその裏に１を書き，カードの表の整数が４のときは，$\sqrt{4}=2$ だからその裏に２を書く。

Ⅱ図




このようにして，すべてのカードの裏に整数を書いたとき，次の問い(1)・(2)に答えよ。

(1) カードの表の整数が 10 であるとき，その裏に書かれている数を答えよ。

また，これら 400 枚のカードのうち，裏に４と書かれているカードの枚数を調べるため，次のように考えた。空欄［ア］には当てはまる整数のなかで最も小さい数を答え，空欄［イ］には当てはまる数を答えよ。

裏に４と書かれたカードの表の整数を $x$ とすると，

$4 \leqq \sqrt{x} <$ ［ア］……①

である。

よって，①に当てはまる $x$ は［イ］個あるので，裏に４と書かれたカードは［イ］枚ある。

(2) これら 400 枚のカードのうち，整数 $m$ が裏に書かれているカードが全部で 27 枚あった。このときの $m$ を求めよ。

【京都府】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

〈 ***Note*** 〉

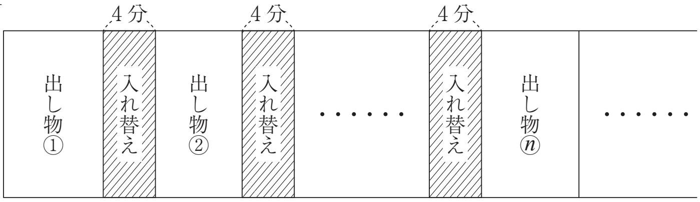
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第３講　数の規則性

## Step 1

**1**　A さんが通っている中学校では，３月に３年生を送る会でクラスごとに出し物を行うことになった。出し物の進行は図１のような流れで行い，クラスの入れ替えの時間を４分とした。

図１




出し物に割り当てる時間を１クラスにつき 10 分とする。下の表は，出し物をするクラス数と，出し物がすべて終わるのにかかる時間（分）の関係をまとめたものである。

表

| クラス数 | 1 | 2 | … | 5 | … |
|---|---|---|---|---|---|
| かかる時間(分) | 10 | 24 | … | ア | … |

次の１・２に答えなさい。

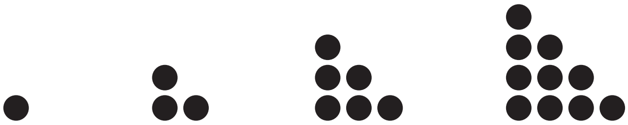
１　表の［ア］にあてはまる数を求めなさい。

２　出し物をするクラス数が $n$ のとき，$n$ クラスの出し物がすべて終わるのにかかる時間（分）を $n$ を用いた式で表しなさい。

【島根県】

**2**　次の図のように黒い石を使って図形を規則的につくるとき，15 番目の図形をつくるために必要な黒い石は何個か求めなさい。

図



１番目　２番目　３番目　４番目

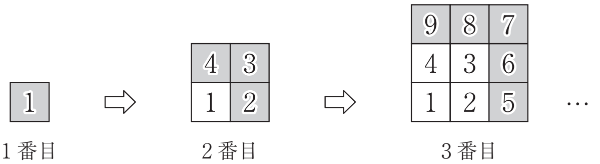
【鳥取県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　2

**3**　正方形のタイルに，順に 1，2，3，…と番号を付けたものを，下の図のように一定の規則にしたがって，1 番目，2 番目，3 番目，…と並べていく。

あとの [①] ～ [③] に適する数または式を入れなさい。




※ [　] は，新たに加えるタイルを示している。

この規則で並べていくと，3 番目に加えるタイルの数は 5 個で，4 番目に加えるタイルの数は [①] 個となる。したがって，$n$ 番目に加えるタイルの数は [②] 個となる。また，$n$ 番目のタイルの総数は [③] 個だから，1 + 3 + 5 +…+ [②] = [③] が成り立つ。

【群馬県】

**4**　右の［表］のように，ある規則に従って，自然数を並べていく。

このとき，(1)～(4)の各問いに答えなさい。

［表］

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 列目 | 1 | | | | | | |
| 2 列目 | 4 | 3 | 2 | | | | |
| 3 列目 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | | |
| 4 列目 | 16 | 15 | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 |
| ⋮ | | | | ⋮ | | | |

(1)　5 列目に並んでいる数は全部で何個あるか，求めなさい。

(2)　6 列目の左端の数を求めなさい。

(3)　8 列目で左から 7 番目の数を求めなさい。

(4)　140 は何列目で左から何番目の数か，求めなさい。

【佐賀県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　3

5　自然数をある規則にしたがって並べた表を，下の図のように１番目，２番目，３番目，４番目，５番目，…の順に作っていく。$n$ 番目の表には，上段，下段にそれぞれ自然数が $n$ 個ずつ並べられている。

このとき，次の各問いに答えなさい。

１番目

| | |
|---|---|
| 上段 | 1 |
| 下段 | 2 |

２番目

| | |
|---|---|
| 1 | 4 |
| 2 | 3 |

３番目

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 4 | 5 |
| 2 | 3 | 6 |

４番目

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 4 | 5 | 8 |
| 2 | 3 | 6 | 7 |

５番目

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 4 | 5 | 8 | 9 |
| 2 | 3 | 6 | 7 | 10 |

・・・

$n$ 番目

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 4 | 5 | 8 | 9 | ・ | … | ・ | ・ |
| 2 | 3 | 6 | 7 | 10 | ・ | … | ・ | ・ |

$n$ 個

(1)　７番目の表の上段で，右端から２番目にある数を求めなさい。

(2)　10 番目の表に並べられたすべての数の和から，９番目の表に並べられたすべての数の和を引いた値を求めなさい。

(3)　$a$ を偶数とし，$b$ を３以上の奇数とする。

①　$a$ 番目の表の上段で，右端から２番目にある数を $a$ を使った式で表しなさい。

②　$a$ 番目の表と $b$ 番目の表の，それぞれの上段で，右端から２番目にある数を比べると，$a$ 番目の表の数の方が５だけ大きかった。また，$a$ 番目の表に並べられたすべての数の和は，$b$ 番目の表に並べられたすべての数の和より 369 だけ大きかった。このとき，$a$，$b$ の値を求めなさい。

【熊本県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

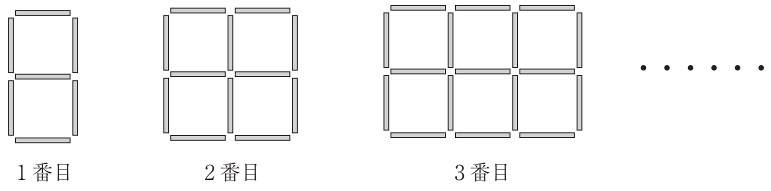
〈 ***Note*** 〉


©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第 4 講　図形の規則性

## Step 1

1　次の図のように，同じ長さの棒を並べて，１番目，２番目，３番目と図形をつくった。この並べ方にしたがい，４番目以降の図形をつくるとき，下のア，イに答えなさい。

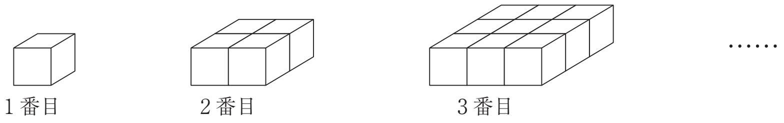


ア　５番目の図形をつくるときに必要な棒の本数を求めなさい。

イ　$n$ 番目の図形をつくるときに必要な棒の本数を $n$ を用いて表しなさい。

【青森県】

2　下の図のように，１辺の長さが１cm の立方体をすき間なく並べて，$n$ 番目は底面が１辺 $n$ cm の正方形となるように立体を作っていく。このとき，次の問いに答えよ。



(1)　４番目の立体の表面積を求めよ。

(2)　$n$ 番目の立体の表面積を $n$ を用いて表せ。

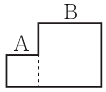
【福井県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

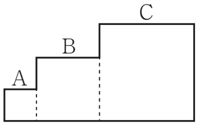
## Step　2

**3**　１辺の長さが１cm の正方形Ａと，１辺の長さが２cm の正方形Ｂと，１辺の長さが３cm の正方形Ｃがある。これらを何個か使って横１列に並べていき，そのときにできる図形の周囲の長さについて考える。例えば，正方形Ａを１個，正方形Ｂを１個使って，右の図１のように並べたときにできる図形の周囲の長さは，10cm である。

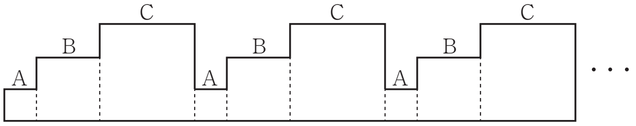
　このとき，次の問いに答えなさい。

図１



１　右の図２のように，正方形Ａ，Ｂ，Ｃを１個ずつ並べたときにできる図形の周囲の長さを求めよ。

図２


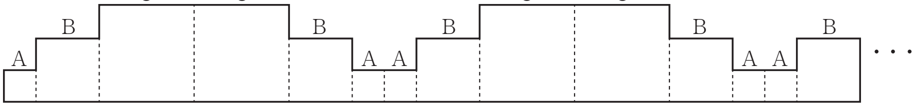

２　下の図３のように，図２の図形を横１列に並べていくとき，

図３



⑴　図２の図形を４個並べたときにできる図形の周囲の長さを求めよ。

⑵　図２の図形を $n$ 個並べたときにできる図形の周囲の長さを，$n$ を使って表せ。

３　下の図４のように，正方形Ａ，Ｂ，Ｃを，左からＡ，Ｂ，Ｃ，Ｃ，Ｂ，Ａ，Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｃ，Ｂ，Ａ，Ａ，Ｂ，…の順に並べていく。ちょうど10個目のＢを並べたときにできる図形の周囲の長さを求めよ。

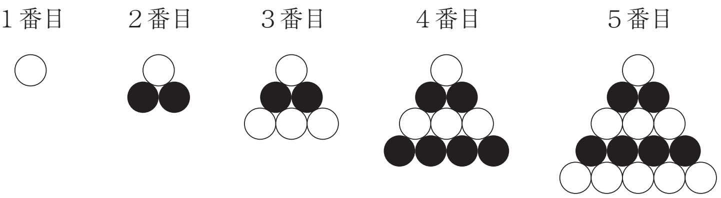
図４



【愛媛県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　3

4　図のように，同じ大きさの白と黒の石を，一定の規則にしたがい，段を分けて並べて，三角形状の図形をつくっていく。1番目，2番目，3番目，4番目，5番目，…の図形をつくるときに使う石の数は，表の通りである。(1)～(3)に答えなさい。

図



表

| | 1番目 | 2番目 | 3番目 | 4番目 | 5番目 | … |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 白石の個数 | 1 | 1 | 4 | 4 | 9 | … |
| 黒石の個数 | 0 | 2 | 2 | 6 | 6 | … |
| 石の総数 | 1 | 3 | 6 | 10 | 15 | … |

(1)　7番目の図形をつくるのに使う石の総数を求めなさい。

(2)　表の黒石の個数がはじめて90となるのは何番目の図形か，求めなさい。

(3)　101番目の図形をつくるのに使う白石の個数を求めなさい。

【島根県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

〈 ***Note*** 〉


本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第５講　１次方程式

## Step 1

1 次の問いに答えなさい。

(1) $x$ についての一次方程式 $9x - 3 = ax + 12$ の解が $3$ であるとき，$a$ の値を求めよ。

【京都府】

(2) $x$ についての１次方程式 $ax - 3(a - 2)x = 8 - 4x$ の解が $-2$ のとき，$a$ の値を求めなさい。

【大分県】

(3) $a$ を定数とする。$x$ の一次方程式 $\dfrac{4 - 2x}{3} + 2a = \dfrac{5x - 3a}{4}$ の解が $x = 5$ であるときの $a$ の値を求めなさい。

【大阪府】

2 二元一次方程式 $2x - 3y = 6$ の解である $x$，$y$ の値の組を，次のア〜エの中から１つ選び，記号を書きなさい。

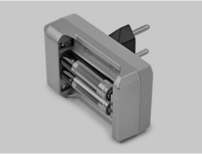
ア　$x = 3$，$y = 1$　　イ　$x = 3$，$y = 2$　　ウ　$x = 6$，$y = 2$　　エ　$x = 6$，$y = 0$

【佐賀県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　2

**3**　N さんは，充電式電池と乾電池を使用するときにかかる費用について考えている。次の文中の①〔　　〕から適切なものを一つ選び，記号を書きなさい。また，［ ② ］に入れるのに適している数を書きなさい。



充電式電池と充電器

乾電池

> 充電式電池 1 本を 1 回充電するのにかかる電気代を 0.2 円であるとすると，1 本 270 円の充電式電池 1 本の代金と 1 台 2700 円の充電器 1 台の代金と充電式電池 1 本を $a$ 回充電するときの電気代とを合わせた金額は，①〔ア　$0.2a + 2970$　　イ　$270.2a + 2700$　ウ　$2970a + 0.2$〕円であり，1 本 20 円の乾電池 $a$ 本の代金 $20a$ 円と等しくなるのは $a$ の値が［ ② ］のときである。

【大阪府】

**4**　あめを何人かの子どもに分けるのに，1 人に 6 個ずつ分けると 26 個あまり，1 人に 7 個ずつ分けると 4 個たりない。

次の［　　］は，子どもの人数とあめの個数を，一次方程式を使って求める方法を示したものである。［ ① ］～［ ④ ］に，それぞれあてはまる適切なことがらを書きなさい。

> 子どもの人数を $x$ 人として，一次方程式をつくると，
> 　［ ① ］
> これを解くと，$x =$ ［ ② ］
> このことから，子どもの人数は［ ② ］人，あめの個数は［ ③ ］個
> 　また，次の一次方程式を使って求めることもできる。
> あめの個数を $y$ 個として，一次方程式をつくると，
> 　［ ④ ］

【三重県】

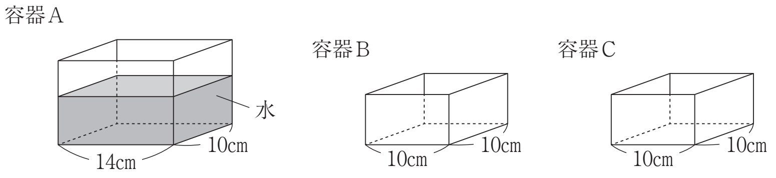
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step 3

5　次の図のように，直方体の形をした容器A，B，Cがあり，容器B，Cは形も大きさも同じです。容器Aの底面は，2辺が10cmと14cmの長方形で，容器B，Cの底面は，1辺が10cmの正方形です。これらの容器はすべて水平な台に置かれ，容器Aには，底から高さの$\frac{4}{7}$まで水が入れてあり，容器B，Cには何も入っていません。

はじめに，容器Aの水を容器Bに注いだら，満水になったので，残りをすべて容器Cに注いだところ，底から2cmの高さまで水が入りました。次に，容器Bの水を，空になっている容器Aにすべてもどしたら，底から高さの$\frac{3}{7}$まで水が入りました。容器Aと容器Bの高さは，それぞれ何cmですか。

ただし，容器の厚さは考えないものとします。




(1)　この問題を解くのに，方程式を利用することが考えられる。文字で表す数量を，単位をつけて示し，問題にふくまれる数量の関係から1次方程式をつくりなさい。

(2)　容器Aと容器Bの高さを，それぞれ求めなさい。

【山形県】



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

〈 ***Note*** 〉

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第 6 講　1 次方程式の文章題

## Step　1

1　太郎さんは，家から 2000m 離れた学校に徒歩で通っている。太郎さんは，8 時 5 分に家を出て，分速 70m で歩いていたが，学校の始業時刻に遅れそうになったので，途中から分速 120m で走ったところ，8 時 30 分に学校に着いた。太郎さんが走った時間は何分間か，求めなさい。

【愛知県】

2　湖のまわりに 1 周 3300m の遊歩道(ゆうほどう)がある。この遊歩道の地点 P に A 君と B 君がいる。A 君が分速 60m で歩き始めてから 10 分後に，B 君が A 君と反対回りに歩き始めた。B 君が歩き始めてから 20 分後に 2 人は初めて出会った。このとき，B 君の歩いた速さは分速何 m か求めなさい。

【茨城県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

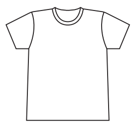
## Step　2

3　ある店で，1 枚の定価が等しい白色と黄色の 2 種類の T シャツを，右のように販売している。

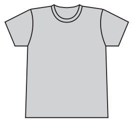
白色の T シャツを 2 枚買ったときの代金と，黄色の T シャツを 3 枚買ったときの代金が等しくなった。

このとき，T シャツ 1 枚の定価を求めなさい。

【白色の T シャツ】
・2 枚買うと，2 枚目は定価から 980 円引き



【黄色の T シャツ】
・2 枚買うと，2 枚とも定価の 30%引き
・3 枚買うと，3 枚とも定価の 45%引き



【茨城県】

4　太郎さんは靴を買うことにした。太郎さんが選んだ靴は定価の 3 割引きで売られていた。さらに，店員が 150 円値引きしてくれたので，太郎さんは定価の $\frac{2}{3}$ で買うことができた。太郎さんが選んだ靴の定価を $x$ 円として方程式をつくり，この靴の定価を求めなさい。ただし，消費税は考えないものとする。

【栃木県】

5　ある学校の収穫祭で，じゃがいも掘りを行った。全校生の $\frac{1}{3}$ の生徒が 8 個ずつ，残りの生徒が 3 個ずつ収穫した。収穫したじゃがいもをすべて集めて，全校生に 1 人 4 個ずつ分けたところ，64 個余った。全校生の人数を $x$ 人として方程式をつくり，全校生の人数を求めなさい。ただし，途中の計算も書くこと。

【栃木県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step 3

6　静岡市に住むあおいさんは，春休みに車で旅行する計画を，次の資料（略地図，高速道路料金表）を使って立てました。あとのメモは，計画を立てるときに考えたことです。

これらの資料とメモにもとづいて，あとの(1)，(2)の問いに答えなさい。

なお，高速道路に入ったり，出たりできる場所をインターチェンジといい，ICと表すこととします。

〔略地図〕　図中の○印はICを表します。

〔高速道路料金表〕

上段：料金(円)　下段：区間距離(km)

| IC名 | 清水 | 富士 | 沼津 | 裾野 | 御殿場 | 大井松田 | 秦野中井 | 厚木 | 横浜町田 | 横浜青葉 | 川崎 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 静岡（しずおか） | 490<br>13 | 1,270<br>39 | 1,810<br>57 | 2,110<br>67 | 2,410<br>77 | 3,190<br>103 | 3,430<br>111 | 3,880<br>126 | 4,330<br>141 | 4,510<br>147 | 4,690<br>153 |
| 清水（しみず） | | 880<br>26 | 1,420<br>44 | 1,720<br>54 | 2,020<br>64 | 2,800<br>90 | 3,040<br>98 | 3,490<br>113 | 3,940<br>128 | 4,120<br>134 | 4,300<br>140 |
| 富士（ふじ） | | | 640<br>18 | 940<br>28 | 1,240<br>38 | 2,020<br>64 | 2,260<br>72 | 2,710<br>87 | 3,160<br>102 | 3,340<br>108 | 3,520<br>114 |
| 沼津（ぬまづ） | | | | 400<br>10 | 700<br>20 | 1,480<br>46 | 1,720<br>54 | 2,170<br>69 | 2,620<br>84 | 2,800<br>90 | 2,980<br>96 |
| 裾野（すその） | | | | | 400<br>10 | 1,180<br>36 | 1,420<br>44 | 1,870<br>59 | 2,320<br>74 | 2,500<br>80 | 2,680<br>86 |
| 御殿場（ごてんば） | | | | | | 880<br>26 | 1,120<br>34 | 1,570<br>49 | 2,020<br>64 | 2,200<br>70 | 2,380<br>76 |
| 大井松田（おおいまつだ） | | | | | | | 340<br>8 | 790<br>23 | 1,240<br>38 | 1,420<br>44 | 1,600<br>50 |
| 秦野中井（はたのなかい） | | | | | | | | 550<br>15 | 1,000<br>30 | 1,180<br>36 | 1,360<br>42 |
| 厚木（あつぎ） | | | | | | | | | 550<br>15 | 730<br>21 | 910<br>27 |
| 横浜町田（よこはままちだ） | | | | | | | | | | 280<br>6 | 460<br>12 |
| 横浜青葉（よこはまあおば） | | | | | | | | | | | 280<br>6 |
| 川崎（かわさき） | | | | | | | | | | | |

【表の見方】

| IC名 | 清水 | 富士 | 沼津 |
|---|---|---|---|
| 静岡（しずおか） | 490<br>13 | 1,270<br>39 | 1,810<br>57 |
| 清水（しみず） | | 880<br>26 | 1,420<br>44 |
| 富士（ふじ） | | | 640<br>18 |
| 沼津（ぬまづ） | | | |

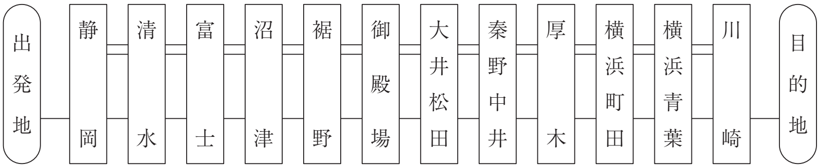
清水ICで入り，沼津ICで出る場合
料金は1,420円，距離は44 km

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

［メモ］　計画を立てるときに考えたこと。

○出発地は静岡市にある自宅，目的地は川崎市にある祖母の家で，道のりは165km
○出発地から静岡 IC までと，川崎 IC から目的地までの道のりは，ともに６km
○車の速さは，高速道路では時速 70km，一般道路では時速 30km として計算
○一般道路は無料，高速道路は有料
○高速道路に入る回数，出る回数はそれぞれ１回
○高速道路を利用する距離が長くなれば，その分料金は高くなる

○行程のイメージ
・実線（――）は一般道路を，二重線（＝＝）は高速道路を表す
・同じ区間の一般道路と高速道路の道のりは同じものとして計算




(1)　あおいさんが「高速道路の料金は 3,000 円以内で，できるだけ早く目的地に到着したい」と考えたとき，どの IC からどの IC まで高速道路を利用すればよいですか。高速道路に入る IC 名と出る IC 名を書きなさい。

(2)　あおいさんが「午前８時 30 分に自宅を出発して，正午までに目的地に到着したいが，できるだけ高速道路の料金を安くしたい」と考え，次のように２つの方針を立てました。

方針１　正午ちょうどに目的地に到着するように方程式をつくる。

方針２　計算結果をもとに，どの IC からどの IC まで高速道路を利用すればよいかを決める。

このとき，次の(ア)，(イ)の問いに答えなさい。

(ア)　上の方針１をもとに方程式をつくりなさい。
ただし，用いる文字が何を表すかを示すこと。

(イ)　上の方針２の結果から，どの IC からどの IC まで高速道路を利用すればよいですか。高速道路に入る IC 名と出る IC 名を書きなさい。

【岩手県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第 7 講　連立方程式

## Step 1

1　次の問いに答えなさい。

(1)　$x$，$y$ についての連立方程式

$$\begin{cases} ax - y = 19 \\ ax + by = 7 \end{cases}$$

の解が，$x = 5$，$y = -4$ であるとき，$a$ と $b$ の値をそれぞれ求めなさい。

【佐賀県】

(2)　$x$ と $y$ についての連立方程式 $\begin{cases} 2ax - by = 5 \\ ax - 4by = -1 \end{cases}$ の解が，$(x,\ y) = (3,\ -1)$ であるとき，$a$，$b$ の値を求めなさい。

【長野県】

2　連立方程式 $\begin{cases} x - y = 6 \\ 2x + y = 3a \end{cases}$ の解 $x$，$y$ が $x : y = 3 : 1$ であるとき，$a$ の値とこの連立方程式の解を求めなさい。

【栃木県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　2

3　次の問題を考えます。

（問題）　ある中学校の合唱部の人数は男女合わせて39人です。女子は，男子の2倍より3人多くいます。男子と女子の人数は，それぞれ何人ですか。

男子と女子の人数を次のように求めるとき，[　　] に当てはまる方程式を，[ア]，[イ] に当てはまる数を，それぞれ書きなさい。

（解答）　男子の人数を $x$ 人，女子の人数を $y$ 人として方程式をつくると，次のとおり表すことができる。

[　　　　　　　　　　]

この方程式を解き，$x$ と $y$ の値をそれぞれ求めると，男子の人数は [ア] 人，女子の人数は [イ] 人となる。

【北海道】

4　右の表は，ビーフシチューと肉じゃがをそれぞれ4人分作るときの材料と分量を表したものである。

表の材料と分量をもとに，ビーフシチューと肉じゃがを，それぞれある人数分作ったところ，牛肉を2300g，じゃがいもを13個すべて使用していた。その他の材料は考えないものとして，次のア，イに答えなさい。

| ビーフシチュー（4人分） | |
|---|---|
| 牛肉 | 600g |
| じゃがいも | 2個 |
| 玉ねぎ | 2個 |
| にんじん | 1本 |
| 水 | 800cc |
| ルー | 180g |

| 肉じゃが（4人分） | |
|---|---|
| 牛肉 | 400g |
| じゃがいも | 4個 |
| 玉ねぎ | 2個 |
| 水 | 400cc |
| 肉じゃがのたれ | 60g |

ア　ビーフシチューを $x$ 人分，肉じゃがを $y$ 人分として，連立方程式をつくりなさい。

イ　ビーフシチューと肉じゃがをそれぞれ何人分作ったか，求めなさい。

【青森県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　3

5　あるサッカーの試合では，試合の勝敗によって，対戦したチームに点数が与えられる【勝ち点制度】が，次のようにもうけられている。

【勝ち点制度】
　ア　勝ったチームに勝ち点を３点与える。
　イ　引き分けの場合は，両チームに勝ち点を１点ずつ与える。
　ウ　負けたチームには勝ち点を与えない。

　次のメモは，A，B，C の３チームがお互いに 15 試合ずつ対戦し，その試合結果と勝ち点の合計をまとめたものである。ただし，B と C の試合結果は，メモの一部が破れてわからなくなっている。
　このとき，下の(1)，(2)の問いに答えなさい。

メモ

〈試合結果〉

| 対戦したチーム | 対戦したチームの勝ちと引き分けの試合数 |
|---|---|
| A と B | A…　７勝　　B…４勝　引き分け…４試合 |
| A と C | A…( ① )勝　C…８勝　引き分け…２試合 |
| B と C | B…〔破れ〕試合 |

〈各チームの勝ち点の合計〉

A…　( ② )点
B…　39　点
C…　46　点

(1)　メモの中の（ ① ），（ ② ）に当てはまる数を，それぞれ答えなさい。また，A の勝ち点の合計が（ ② ）点になる理由を，式や言葉を使って説明しなさい。

(2)　B が C に勝った試合数を $x$，B と C が引き分けた試合数を $y$ とする。連立方程式をつくり，B が C に勝った試合数および B と C が引き分けた試合数を，それぞれ求めなさい。ただし，答えを求める過程がわかるように，式と計算も書きなさい。

【宮崎県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

〈 ***Note*** 〉


©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第 8 講　連立方程式の文章題

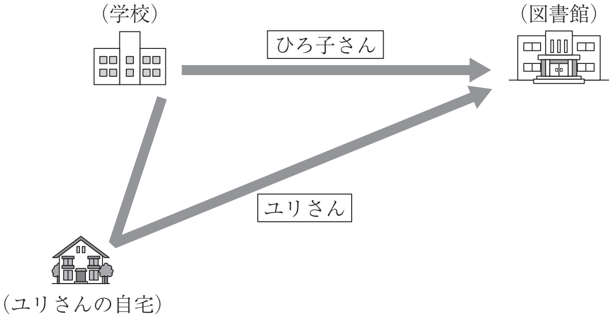
## Step 1

1　A さんは，家から 2400m 離れた学校に通学している。最初は分速 60m で歩いていたが，途中から分速 150m で走ったところ，全体で 31 分かかって学校に着いた。歩いた時間と走った時間をそれぞれ求めよ。ただし，歩いた時間を $x$ 分，走った時間を $y$ 分として，その方程式と計算過程も書くこと。

【鹿児島県】

2　ひろ子さんとユリさんは，学校を午後 3 時 30 分に出発して図書館に向かった。ひろ子さんは，学校から図書館までの道のりを歩き，午後 4 時 2 分に着いた。一方，ユリさんは，まず，学校から自宅まで歩き，自宅から図書館までは自転車で進んだ。ユリさんの歩いた道のりと自転車で進んだ道のりをあわせると，ひろ子さんの歩いた道のりよりも 960m 長くなったが，ユリさんはひろ子さんよりも 12 分早く図書館に着いた。

学校からユリさんの自宅までの道のりと，ユリさんの自宅から図書館までの道のりは，それぞれ何 m であるか，方程式をつくって求めなさい。ただし，2 人の歩く速さは毎分 60m，ユリさんの自転車の速さは毎分 300m とする。なお，途中の計算も書くこと。




【石川県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　2

3　兄と妹の 2 人がそれぞれ最初に持っていた本の冊数の合計は 190 冊である。その後，兄が 5 冊，妹が 3 冊買ったら，兄の持っている本の冊数が妹の持っている本の冊数の 2 倍になった。兄と妹が最初に持っていた本はそれぞれ何冊か，求めなさい。

【新潟県】

4　ある中学校の昨年度の生徒数は 360 人であった。今年度は男子が 5 %減り，女子が 10 %増えたため，全体として昨年度より 12 人増えた。昨年度の男子の生徒数を求めなさい。

【茨城県】

5　小学生と中学生を対象にした音楽鑑賞会が毎年開催されており，今年の参加者は，小学生と中学生を合わせて 135 人です。今年は，昨年と比べて，小学生が 10 %減り，中学生が 20 %増え，全体では 5 人増えています。今年の小学生と中学生の参加者は，それぞれ何人ですか。

(1)　問題にふくまれる数量の関係から，2 つの文字 $x$，$y$ を使って，連立方程式をつくりなさい。なお，どの数量を $x$，$y$ で表すかも書きなさい。

(2)　今年の小学生と中学生の参加者数を，それぞれ求めなさい。

【山形県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step 3

6　ある中学校の3年生が，リサイクル活動で，トイレットペーパーとの交換を目的に，古紙を集めた。

この活動で集めた古紙は，新聞紙，段ボール，雑誌の3種類であった。集めた古紙は全部で820kgであり，そのうち180kgが段ボールであった。古紙は，種類ごとにトイレットペーパー1個と交換できる重さが決まっており，表はその重さを示したものである。集めた新聞紙，段ボール，雑誌のそれぞれは，あまることなくトイレットペーパーと交換することができ，集めた古紙全部でトイレットペーパー70個と交換することができたという。

表

| トイレットペーパー1個と交換できる重さ | |
|---|---|
| 新聞紙 | 10kg |
| 段ボール | 12kg |
| 雑誌 | 15kg |

このとき，この活動で集めた新聞紙と雑誌は，それぞれ何kgであったか。方程式をつくり，計算の過程を書き，答えを求めなさい。

【静岡県】

7　ある中学校でボランティア活動に参加したことがある生徒は，1年生では1年生全体の25％，2年生では2年生全体の30％，3年生では3年生全体の40％で，学校全体では生徒全体の32％である。また，この中学校の生徒数は，3年生は2年生より15人多く，1年生は240人である。この中学校の2年生と3年生の生徒数を求めよ。ただし，用いる文字が何を表すかを最初に書いてから連立方程式をつくり，答えを求める過程も書くこと。

【愛媛県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

〈 ***Note*** 〉

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第 9 講　2次方程式

## Step 1

1　次の問いに答えなさい。

(1)　$x$ についての2次方程式 $x^2 - x + a = 0$ の解の1つが $-2$ のとき，$a$ の値を求めよ。

【香川県】

(2)　$x$ についての2次方程式 $x^2 + ax - 12 = 0$ の解の1つが $-2$ であるとき，もう1つの解を求めなさい。

【滋賀県】

2　$a$，$b$ は自然数とする。2次方程式 $x^2 + ax - b = 0$ について，次の(1)〜(3)の問いに答えなさい。

(1)　$a = 3$，$b = 1$ のとき，2次方程式を解きなさい。

(2)　$x = -6$，$x = 3$ がともに2次方程式の解であるとき，$a$，$b$ の値の組 $(a,\ b)$ を求めなさい。

(3)　$x = -3$ が2次方程式の1つの解であるとき，$a$，$b$ の値の組は2つある。2つの $a$，$b$ の値の組 $(a,\ b)$ を求めなさい。

【岐阜県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

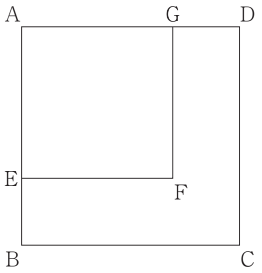
## Step　2

3　次の問いに答えなさい。

(1)　縦の長さと横の長さの和が6mで，面積が6m$^2$の長方形があります。
縦の長さが横の長さよりも短いとき，縦の長さを求めなさい。
ただし，用いる文字が何を表すかを示して方程式をつくり，それを解く過程も書きなさい。

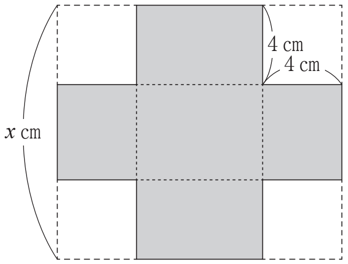
【岩手県】

(2)　右図で，2つの四角形ABCD，AEFGはともに正方形であり，正方形ABCDの面積は正方形AEFGの面積の2倍である。BE＝1cmのとき，辺ABの長さを求めよ。




【奈良県】

4　横の長さが縦の長さより2cm長い長方形の紙がある。右の図のように，4すみから1辺が4cmの正方形を切り取って，ふたのない直方体の容器をつくったところ，容積が96cm$^3$となった。もとの紙の縦の長さを$x$cmとして方程式をつくり，もとの紙の縦の長さを求めなさい。ただし，途中の計算も書くこと。

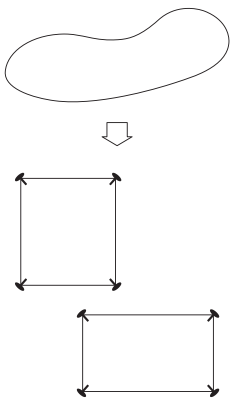



【栃木県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　3

5　太郎さんのクラスでは，右の図のような長さ 24cm のひもの輪でできる長方形の縦と横の長さと面積の関係について班ごとに話し合った。後の(1)～(3)の問いに答えなさい。




太郎さんの班の会話

太郎：縦と横の長さを変えると，いろいろな長方形ができるね。

花子：確かに，いろいろな長方形ができるけど，面積はみな同じになるのかな。

次郎：ひもの長さが変わらないから，面積も変わらないと思うよ。

春子：そうかな。面積は変わると思うよ。だって，例えば，［　　　　］

次郎：そうか…。なるほどね。それじゃあ，逆に面積を決めることで縦と横の長さが決まるのかな。

(1)　会話文中の［　　　］には，長さ 24cm のひもの輪でできる長方形の面積が変わることを，具体的に説明していることばが入る。あなたならどのように説明するか，書きなさい。

(2)　長さ 24cm のひもの輪でできる長方形の縦の長さを $x$ cm とするとき，横の長さを $x$ を使った式で表しなさい。

(3)　長さ 24cm のひもの輪でできる長方形の面積が 30cm$^2$ になるとき，縦と横の長さを求めなさい。

【群馬県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

〈 ***Note*** 〉

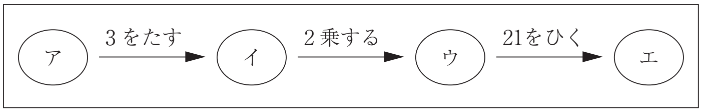
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第10講　2次方程式の文章題

## Step 1

1　下の図で，ある数をアに当てはめると，イ，ウ，エの数は，書いてある計算のルールにしたがって順に決まっていく。

ある数 $x$ をアに当てはめて順に計算していくと，エの数が $x$ を10倍した数と等しくなった。このとき，$x$ についての方程式をつくり，$x$ の値を求めなさい。




【熊本県】

2　1個100円で売ると，1日に240個売れる商品がある。この商品は1円値下げするごとに，1日あたり4個多く売れる。この商品を $x$ 円値下げした日の売り上げは25600円であった。このとき，$x$ の方程式をつくり，何円値下げしたかを求めなさい。

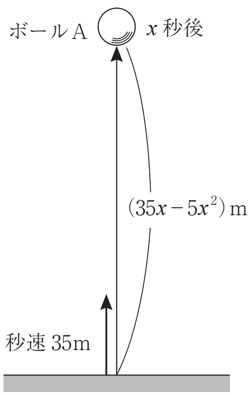
【栃木県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　2

3 秒速35mでボールAを地上から真上に打ち上げた。このとき，ボールAが打ち上げられてから地上に落ちてくるまでの間，ボールAの高さは，打ち上げてから$x$秒後に$(35x-5x^2)$ mになった。

次の(1)～(3)の問いに答えなさい。ただし，ボールAの大きさは考えないものとする。




(1) ボールAの高さは，打ち上げてから1秒後に何mになるかを求めなさい。

(2) ボールAの高さが50mになるのは，打ち上げてから何秒後と何秒後であるかを求めなさい。

(3) 秒速5mの一定の速さで真上に上昇する風船Bを，地上から放した。その9秒後に，秒速35mでボールAを，風船Bを放した同じ地点から真上に打ち上げた。すると，ボールAは空中で風船Bに当たった。

次の文は，ボールAが風船Bに当たったときの高さについて，よし子さんが考察したものである。アには$x$の1次式を，イ，ウには数を，それぞれあてはまるように書きなさい。ただし，風船Bの大きさは考えないものとする。

> ボールAを打ち上げてから$x$秒後に，ボールAが風船Bに当たったとする。風船Bは秒速5mの一定の速さで真上に上昇するので，このときの風船Bの高さを，$x$を使った式で表すと［　ア　］mになる。また，このときのボールAの高さは$(35x-5x^2)$ mになり，風船Bの高さとボールAの高さが等しいことから，方程式をつくって解くと，$x=$［　イ　］と求めることができる。したがって，ボールAが風船Bに当たったときの高さは［　ウ　］mであることがわかる。

【岐阜県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step 3

**4** 下の図1は，ます目に黒い石を縦に4個，横に9個並べて長方形の形をつくり，内部のすべてのます目に白い石を並べた図形である。このように，ます目に黒い石を縦に $x$ 個，横に $x+5$ 個並べて長方形の形をつくり，内部のすべてのます目に白い石を並べた図2のような図形を考える。ただし，$x$ は3以上の整数とする。このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

図1

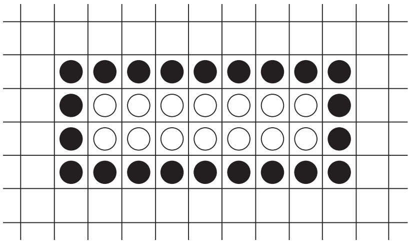
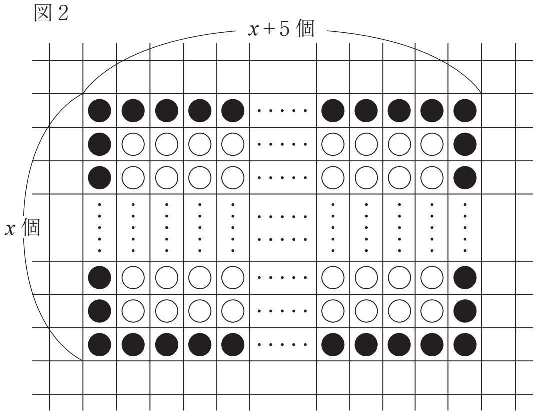


図2




(1) 次の ア ， イ に当てはまる数を，それぞれ答えなさい。

ます目に黒い石を縦に5個，横に10個並べて長方形の形をつくり，内部のすべてのます目に白い石を並べた図形をつくるとき，黒い石は ア 個，白い石は イ 個必要である。

(2) 図2について，次の①～③の問いに答えなさい。

① 黒い石と白い石はそれぞれ何個必要か。$x$ を用いて表しなさい。

② 黒い石が全部で90個のとき，白い石は何個必要か。その個数を求めなさい。

③ 白い石の個数が黒い石の個数の2倍であるとき，$x$ の値を求めなさい。

【新潟県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

〈 ***Note*** 〉

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

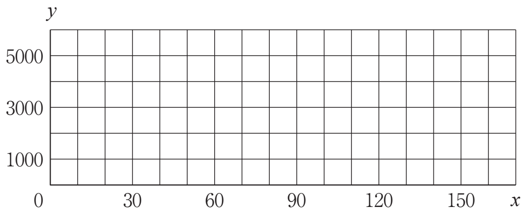
# 第 11 講　速さの変化

## Step 1

1　あつ子さんは午前 9 時に自宅を出発し，自宅から一直線で 3000m 離れた優子さんの家に分速 60m の速さで歩いて向かった。優子さんの家で用事をすませた後，行きと同じ道を同じ速さで自宅に向かい，午前 11 時 30 分に帰宅した。あつ子さんが自宅を出発してから $x$ 分後におけるあつ子さんと自宅との距離を $y$ m とする。

問 1　あつ子さんが優子さんの家に着いたのは，午前何時何分か求めなさい。

問 2　あつ子さんが自宅を出発してから帰宅するまでの $x$ と $y$ の関係を表したグラフをかきなさい。




問 3　あつ子さんが優子さんの家を出発してから自宅に着くまでを考える。次の各問いに答えなさい。

(1)　このときの $x$ の変域を求めなさい。

(2)　$x$ と $y$ の関係について，$y$ を $x$ の式で表しなさい。

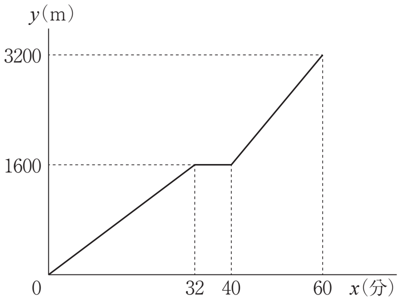
【沖縄県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

2　1周3200m の池がある。太郎さんと花子さんは，同じ場所から出発し，それぞれこの池の周りを1周する。

右のグラフは，太郎さんが出発してから $x$ 分後における進んだ道のりを $y$ m として，$x$ と $y$ の関係を表したものである。

次の問いに答えなさい。




⑴　太郎さんは，出発して32分後から8分間休憩した。休憩前は毎分何 m の速さで進んだか求めなさい。

⑵　休憩後に太郎さんが進んだ様子を表した直線の式を求めなさい。

⑶　花子さんは，太郎さんが出発してから24分後に，太郎さんとは反対の向きに毎分40m の速さで進んだ。

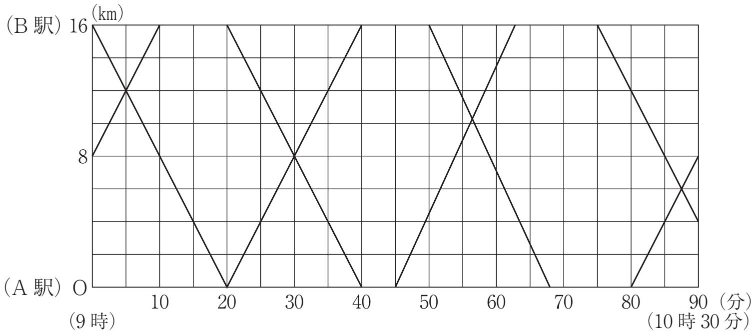
2人が出会うのは太郎さんが出発してから何分後か求めなさい。

【富山県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step 2

**3** 次の図は，16kmはなれたA駅とB駅の間の，9時から10時30分までの列車の運行のようすを示したグラフである。このグラフについての考察を読んで，①，②の問いに答えなさい。




［考察］

・B駅を9時20分に出発する列車は，速さが時速 ア kmで，A駅から来た列車に9時 イ 分に出会う。

・自転車で，9時5分にA駅を出発する。線路沿いの道を，時速12kmの一定の速さでB駅まで行くと，B駅に着くまでに，B駅から来る列車に何回か出会う。最初に出会うのは，9時 ウ 分で，A駅からB駅に向かって エ km進んだ場所である。

① 考察の内容が正しくなるように，ア～エにあてはまる数を書きなさい。

② 下線部について，上のグラフを使って，出会う回数を調べる方法を説明しなさい。

【秋田県】

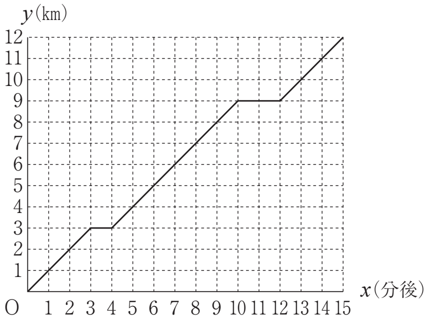
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

4　ある鉄道路線があり，A 駅，B 駅，C 駅，D 駅の順に駅がある。A 駅と B 駅の間の道のりは 3 km，B 駅と C 駅の間の道のりは 6 km，C 駅と D 駅の間の道のりは 3 km である。

また，この路線を走行する普通列車は各駅に停車し，特急列車は A 駅と D 駅に停車する。

右の図は，この路線において，普通列車 P が，午前 9 時に A 駅を出発してから D 駅に到着するまでの，午前 9 時から $x$ 分後の A 駅からの道のりを $y$ km として，$x$ と $y$ の関係を表したグラフであり，原点は O である。

このとき，次の問いに答えなさい。ただし，列車の長さは考えないものとし，列車は各駅間において一定の速さで走行するものとする。




(ア)　普通列車 P は C 駅で何分間停車したかを求めなさい。

(イ)　特急列車 Q は，午前 9 時 5 分に A 駅を出発して D 駅に向かい，D 駅に到着するまで時速 90km で走行した。

このとき，特急列車 Q が，A 駅を出発してから D 駅に到着するまでの，午前 9 時から $x$ 分後の A 駅からの道のりを $y$ km として，$x$ と $y$ の関係を表したグラフを図にかき入れなさい。

(ウ)　特急列車 R は，午前 9 時に D 駅を出発して A 駅に向かい，A 駅に到着するまで時速 90km で走行したところ，途中で普通列車 P とすれ違った。

このとき，すれ違ったのは特急列車 R が D 駅を出発してから何分後かを求めなさい。

【神奈川県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

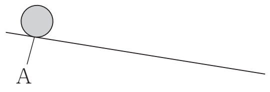
## Step 3

5 大輝さんは，2つの球が斜面を転がるようすを見たとき，2つの球の間の距離が自分の予想と違うことに気づいた。そこで，球が斜面を転がる時間と距離の関係について，大きさと重さが等しい赤球と青球を用いて次のように調べた。①，②に答えなさい。

図のように，斜面上のA地点に赤球を置き，静かに手をはなしたところ，赤球は手をはなすと同時に斜面に沿って転がり始めた。

A地点から赤球が転がり始めてからの時間 $x$（秒）と，その間に転がる距離 $y$（m）の関係は，表のようになり，$y$ は $x$ の2乗に比例することが確かめられた。

また，青球でも同じ結果が得られた。



図

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | … |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 0 | 0.2 | 0.8 | 1.8 | … |

表

① $y$ を $x$ の式で表しなさい。

② 大輝さんは，A地点に赤球を置き，静かに手をはなした。次に，A地点に青球を置き，赤球が転がり始めてから5秒後に静かに手をはなした。このあと，時間とともに赤球と青球の間の距離がどのようになるかについて，大輝さんは次のように確かめた。(1)〜(4)に答えなさい。

A地点から青球が転がり始めてからの時間が $t$（秒）のとき，A地点から赤球が転がり始めてからの時間は，$t$ を使って［(あ)］（秒）と表すことができる。このとき，赤球と青球の間の距離（m）は，$t$ を使って

［(い)］

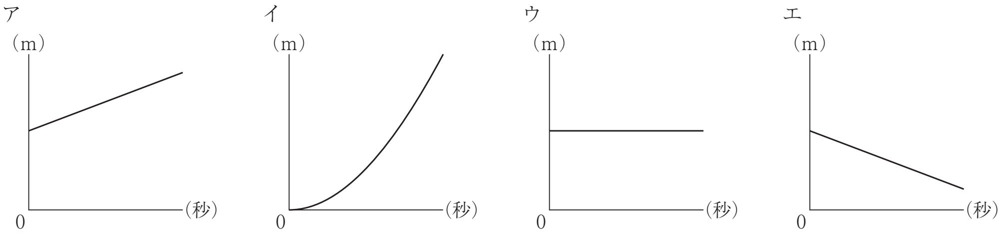
となる。A地点から青球が転がり始めてからの時間と，赤球と青球の間の距離の関係をグラフに表すと，赤球と青球の間の距離が［(う)］ようすがよくわかった。

(1) ［(あ)］に適当な式を書き入れなさい。

(2) ［(い)］に赤球と青球の間の距離を表す式を，計算して求めなさい。ただし，答えを求めるまでの過程も書きなさい。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(3)　下線部の関係を表したグラフとして最も適当なのは，ア～エのうちではどれですか。一つ答えなさい。ただし，横軸はA地点から青球が転がり始めてからの時間，縦軸は赤球と青球の間の距離を表す。




(4)　[(う)] に当てはまることばとして最も適当なのは，ア～カのうちではどれですか。一つ答えなさい。

ア　毎秒2mずつ縮まる　　イ　常に2mで一定である　　ウ　毎秒2mずつ広がる
エ　毎秒5mずつ縮まる　　オ　常に5mで一定である　　カ　毎秒5mずつ広がる

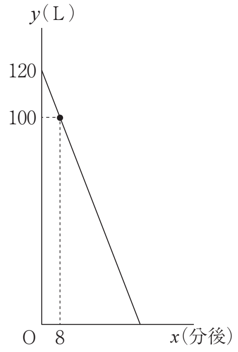
【岡山県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第12講　水量の変化

## Step 1

1　水が120L入った水そうから，水がなくなるまで一定の割合で水を抜く。水を抜き始めてから8分後の水そうの水の量は100Lであった。右の図は，水を抜き始めてから $x$ 分後の水そうの水の量を $y$ Lとして，$x$ と $y$ の関係をグラフに表したものである。次の①〜③の問いに答えなさい。




① 毎分何Lの割合で水を抜いているか，求めなさい。

② $y$ を $x$ の式で表しなさい。

③ 水そうの水がなくなるのは，水を抜き始めてから何分後か，求めなさい。

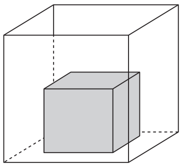
【群馬県】

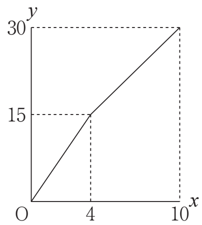

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

2　図Ⅰのように，立方体の水そうがあり，その中に直方体の鉄のおもりが入っている。この水そうに毎分一定の割合で水を入れたところ，10 分後に満水になった。

水を入れ始めてから $x$ 分後の水そうの水の深さを $y$ cm とする。図Ⅰの水そうに水を入れ始めてから満水になるまでの $x$ と $y$ の関係をグラフで表すと図Ⅱのようになった。

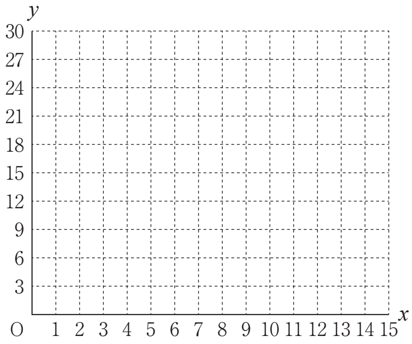
鉄のおもりの高さが 15cm，水そうの 1 辺の長さが 30cm であるとき，次の①，②の問いに答えなさい。ただし，水そうは水平に置き，水そうの厚さは考えないものとする。


図Ⅰ



図Ⅱ

①　鉄のおもりの入っていないこれと同じ水そうに，空の状態から，図Ⅱのグラフのときと同じ一定の割合で水を入れたとき，水を入れ始めてから満水になるまでの $x$ と $y$ の関係をグラフに表しなさい。




②　鉄のおもりの底面積は何 $cm^2$ か，求めなさい。

【愛知県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　2

**3**　次の図１のように，縦 40cm，横 30cm，高さ 40cm の直方体の形をした水そう A，B がある。水そう A は空で，内部は底面に垂直で，側面に平行な高さ $a$ cm（$0 < a < 40$）の仕切り板で区切られており，区切られた底面のうち広いほうの部分を底面 P とする。また，水そう B は水面の高さ 10cm まで水が入っている。この状態から，図２のように，水そう A には底面 P の真上から毎分 800cm$^3$ の割合で，水そう B には毎分 $b$ cm$^3$ の割合で，それぞれ同時に水を入れ始めたところ，60 分後に同時に満水になった。図３は，水そう A に水を入れ始めてからの時間と，水そうの底から一番高い水面までの高さとの関係をグラフに表したものである。このとき，あとの(1)〜(3)の問いに答えなさい。ただし，容器の厚さおよび仕切り板の厚さは考えないものとし，水そう A については，底面 P 上の水面が仕切り板の高さまで上昇すると，水があふれ出て仕切り板の反対側に入るものとする。

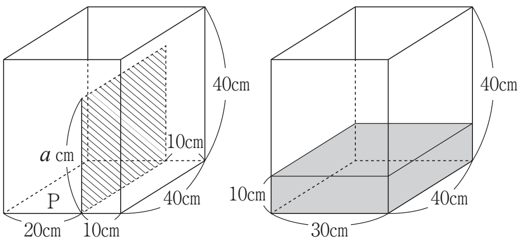
図１


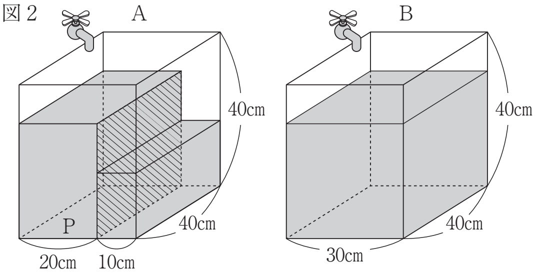
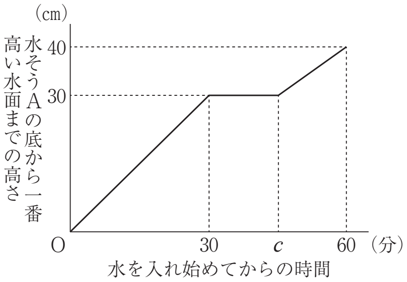

図２



図３



(1)　水そう A について，図３のグラフを見て，次の①，②の問いに答えなさい。

①　仕切り板の高さ $a$ の値を答えなさい。

②　図３のグラフ中の時間 $c$ の値を求めなさい。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(2)　水そうBについて，水を入れ始めてから $x$ 分後の，水そうの底から水面までの高さを $y$ cmとするとき，次の①，②の問いに答えなさい。

①　$b$ の値を求めなさい。

②　$y$ を $x$ の式で表しなさい。

(3)　水を入れ始めてから満水になるまでの間に，水そうAの底から一番高い水面までの高さと，水そうBの底から水面までの高さが，等しくなるのは何分後か。すべて求めなさい。

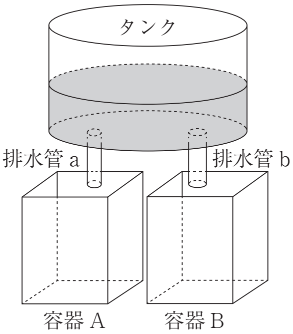
【新潟県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　3

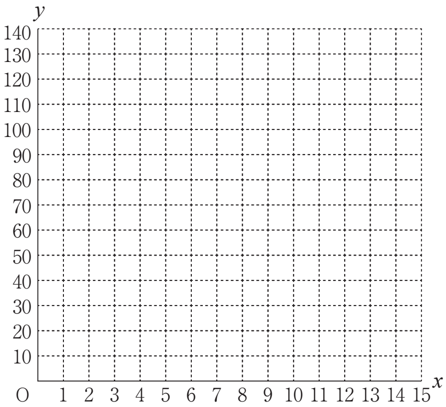
4　図のように，排水管 a，b のついたタンクがあり，それぞれの排水管の下には容器 A，B が置いてある。2 つの排水管は閉じており，タンクには水が 140$m^3$ 入っている。また，2 つの容器には水が入っていない。

最初に，排水管 a だけを開けて，しばらくしてから排水管 b を開けた。タンクが空になったとき，2 つの容器からは水があふれておらず，たまった水の量は同じであった。




排水管 a からは毎分 5 $m^3$，b からは毎分 7 $m^3$ の割合で排水されるとき，次の①，②の問いに答えなさい。

①　排水管 a を開けてから $x$ 分後のタンクの水の量を $y$ $m^3$ とする。排水管 a を開けてからタンクが空になるまでの，$x$，$y$ の関係をグラフに表しなさい。




②　タンクの水の量が 60$m^3$ になったときの容器 A の水の量は何 $m^3$ か，求めなさい。

【愛知県】

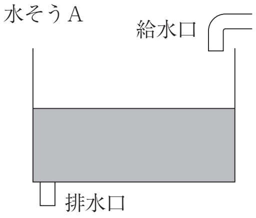
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

5　2つの水そうA，Bがあり，それぞれ次のように，一定の割合で水そうに水を入れる給水口と，一定の割合で水そうから水を出す排水口が1つずつついている。

［水そうA］

給水口：水そうの水の量が3Lまで減ると自動的に毎分3Lで給水が始まり，水そうの水の量が15Lになると自動的に給水が止まる。

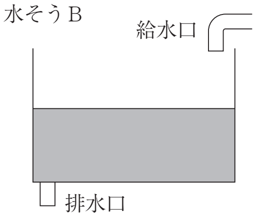
排水口：毎分1Lで排水する。




［水そうB］

給水口：水そうの水の量が3Lまで減ると自動的に毎分5Lで給水が始まり，水そうの水の量が15Lになると自動的に給水が止まる。

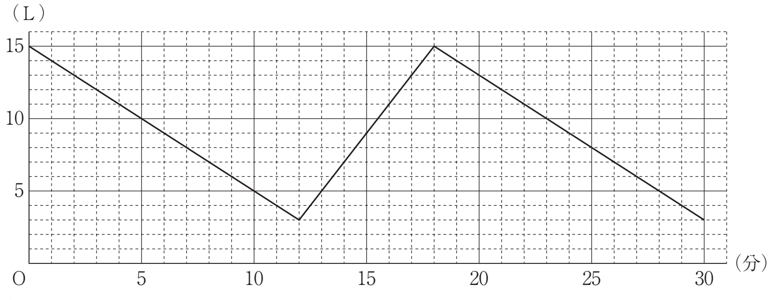
排水口：毎分3Lで排水する。




最初，2つの水そうA，Bにはどちらにも15Lの水が入っており，どちらの排水口も閉じている。この状態から，両方の排水口を同時に開き，30分後に閉じる。

次の図は，排水口を開いてからの時間と，水そうAの水の量の関係をグラフで表したものである。

このとき，あとの(1)，(2)の問いに答えなさい。



図

(1)　排水口を開いてから5分後の水そうBの水の量を求めなさい。

(2)　排水口を開いて10分たった時点から，排水口を閉じるまでに，2つの水そうA，Bの水の量が初めて等しくなるのは，排水口を開いてから何分何秒後か求めなさい。

【茨城県】

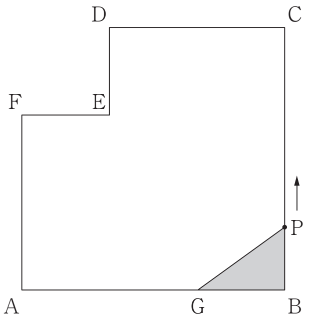
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第13講　点の移動

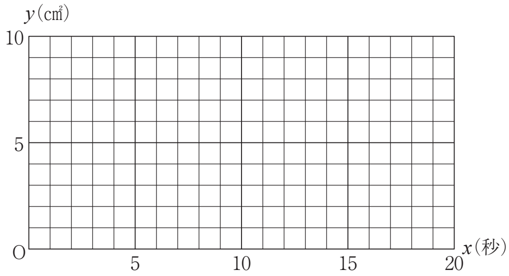
## Step 1

1　右の図のように，1辺が6cmの正方形から1辺が2cmの正方形を切り取ってできた図形ABCDEFがあり，DE = EF = 2cmである。点Gは辺AB上にあって，GB = 2cmである。

点Pは，Bを出発して毎秒1cmの速さで辺BC, CD, DE, EF, FA上をAまで動く。PがBを出発してから$x$秒後の△GBPの面積を$y$cm$^2$とする。




①　PがBからAまで動くときの，$x$と$y$の関係をグラフに表しなさい。

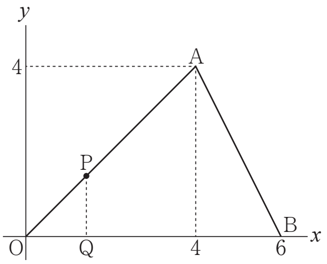



②　PがBからAまで動く間に，$y = 5$となる$x$の値が2つある。その2つの値を求めなさい。

【熊本県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

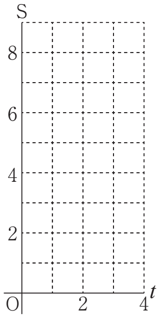
2　右の図のように，3点O(0, 0)，A(4, 4)，B(6, 0)を頂点とする△OABがある。点Pは，原点Oを出発して辺OA上を点Aまで動き，点Aからは辺AB上を点Bまで動く。点Pから$x$軸にひいた垂線と$x$軸との交点をQとし，点Pの$x$座標を$t$，△OPQの面積をSとする。ただし，$t=0$，6のとき，S＝0とする。




このとき，次の問いに答えなさい。

1　直線ABの式を求めよ。

2　$0 \leqq t \leqq 4$のとき，




(1)　Sを$t$の式で表し，そのグラフをかけ。

(2)　(1)の関数について，$t$の値が1から3まで増加するときの変化の割合を求めよ。

3　点Pが辺ABの中点にきたときのSの値を求めよ。

4　$4 \leqq t \leqq 6$のとき，S＝6となるような$t$の値を求めよ。

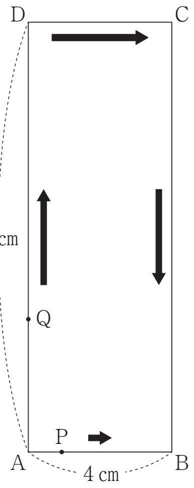
【愛媛県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　2

**3**　図のように，AB = 4 cm，AD = 12cm の長方形 ABCD がある。点 P は毎秒 1 cm の速さで辺 AB 上を A から B まで動き，B に到達したあとは動かないものとする。また，点 Q は点 P と同時に A を出発し，毎秒 4 cm の速さで辺上を A から D，C の順に通って B まで動き，B に到達したあとは動かないものとする。2 点 P，Q が A を同時に出発してから $x$ 秒後の△APQ の面積を $y$ $\mathrm{cm}^2$ とする。このとき，次の問いに答えなさい。

図




問 1　$x = 2$ のとき，線分 AQ の長さは何 cm か。

問 2　$x = 5$ のとき，$y$ の値を求めよ。

問 3　次の(1)，(2)の [ (ア) ] ～ [ (オ) ] にあてはまる数または式を答えよ。

(1)　点 Q が A から D まで動くのは，[ (ア) ] $\leqq x \leqq$ [ (イ) ] のときである。このとき，$y$ を $x$ の式で表すと，$y =$ [ (ウ) ] である。

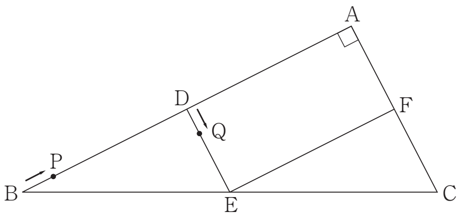
(2)　点 Q が D から C まで動くのは，[ (イ) ] $\leqq x \leqq$ [ (エ) ] のときである。このとき，$y$ を $x$ の式で表すと，$y =$ [ (オ) ] である。

問 4　△APQ の面積が 6 $\mathrm{cm}^2$ となるときの $x$ の値をすべて求めよ。

【長崎県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

**4** 右の図のように，$\angle A = 90^\circ$，AB = 12cm，AC = 6 cm の直角三角形ABCがあり，辺AB，BC，CA の中点をそれぞれD，E，Fとする。点Pは頂点Bを出発し，線分BA上を頂点Aまで毎秒1 cmの速さで，また，点Qは点Dを出発し，線分DE，EF，FC上を頂点Cまで毎秒1 cmの速さで動くものとする。




2点P，Qが同時に出発してから $x$ 秒後の△BPQの面積を $y\,\text{cm}^2$ とするとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

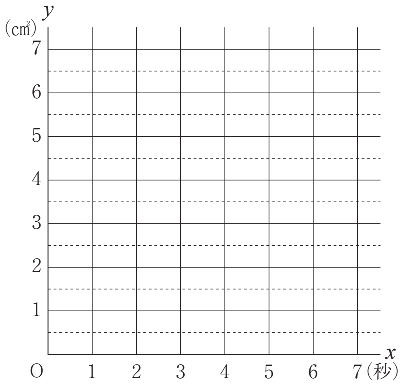
ただし，$x = 0$ のとき $y = 0$ とする。

(1) 点Qが線分DE上を動くとき，次の(a)～(c)の問いに答えなさい。

(a) $x$ の変域を求めなさい。

(b) $y$ を $x$ の式で表しなさい。

(c) (a)，(b)より，$x$ と $y$ の関係をグラフで表しなさい。




(2) △BPQの面積が $\dfrac{55}{2}\text{cm}^2$ になるのは，点Qが点Dを出発してから何秒後か求めなさい。

【千葉県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

## Step　3

5　図1のような，AB = 9 cm，AD = 8 cm，AE = 12cm の直方体 ABCD—EFGH がある。点 P は A を出発し，長方形 ABFE の辺上を毎秒 3 cm の速さで A → B → F → E の順に進み，E で停止する。点 Q は点 P が出発すると同時に A を出発し，長方形 ADHE の辺上を毎秒 2 cm の速さで A → D → H の順に進み，H で停止する。

点 P が A を出発してから $x$ 秒後の三角錐（すい）AEPQ の体積を $y$ cm$^3$ とする。ただし，点 P が A または E にあるときは $y = 0$ とする。

図2は点 P が A を出発してから4秒後までの $x$ と $y$ の関係を表したグラフである。

このとき，次の1，2，3，4の問いに答えなさい。

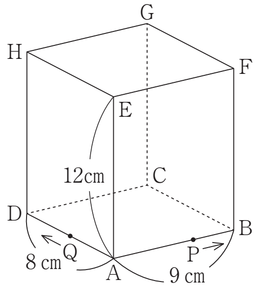


図1

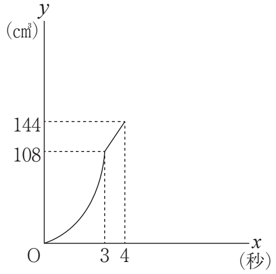
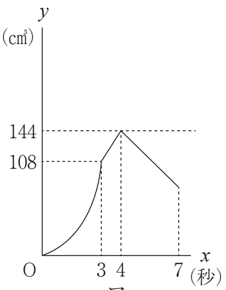


図2

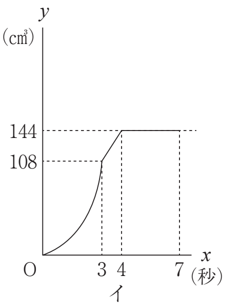
1　点 P が A を出発してから2秒後の三角錐 AEPQ の体積を求めなさい。

2　点 P が A を出発して3秒後から4秒後までの $x$ と $y$ の関係を式で表しなさい。ただし，途中の計算も書くこと。

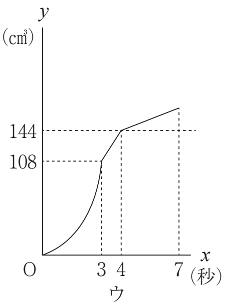
3　点 P が A を出発してから7秒後までの $x$ と $y$ の関係を表すグラフとして適するものを，ア，イ，ウ，エのうちから1つ選んで記号で答えなさい。



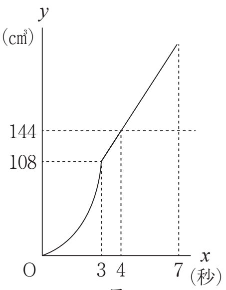
ア



イ



ウ



エ

4　三角錐 AEPQ の体積が直方体 ABCD—EFGH の体積の $\frac{1}{32}$ になるのは，点 P が A を出発してから何秒後か。すべて求めなさい。

【栃木県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

〈 ***Note*** 〉

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第14講　図形の移動

## Step 1

1　図1のように，3つの長方形ABCD，EFGH，PQRSがある。これらの長方形の辺CD，GH，RSは直線$\ell$上にあり，AD = 6cm，CD = 12cm，RS = 24cm，CH = $a$cm，AD < QRで，点Dと点Rは同じ位置にある。

この状態から，図2のように，2つの長方形ABCD，EFGHをCH = $a$cmを保ったまま，直線$\ell$に沿って矢印の方向に毎秒1cmの速さで，点Gが点Sに重なるまで移動させる。移動させ始めてから$x$秒後に，2つの長方形が長方形PQRSと重なっている部分の面積の和を$y$cm$^2$とする。

図3は，$x$と$y$の関係を表したグラフである。

次の問いに答えなさい。

図1

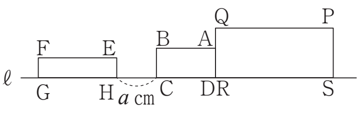



図2

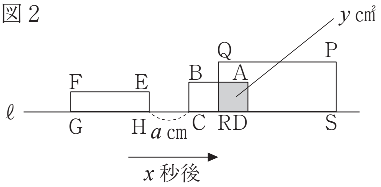
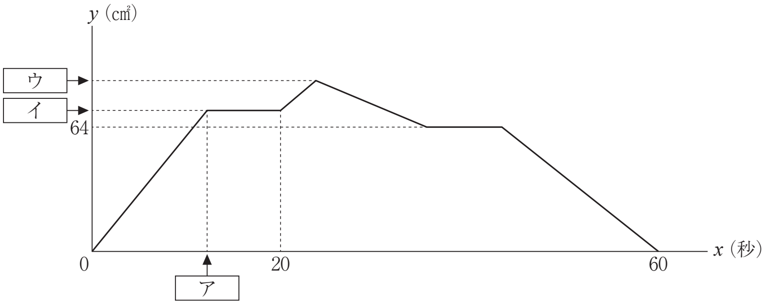



図3




(1)　図3の［ア］，［イ］にあてはまる数をそれぞれ求めなさい。

(2)　$a$の値を求めなさい。

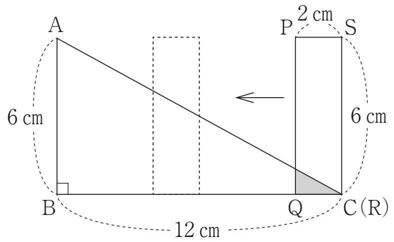
(3)　辺GH，EHの長さはそれぞれ何cmか，求めなさい。

(4)　図3の［ウ］にあてはまる数を求めなさい。

【兵庫県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

2　$AB = 6$ cm，$BC = 12$cm，$\angle B = 90^\circ$ の直角三角形ABCと，$PQ = SR = 6$ cm，$PS = QR = 2$ cm の長方形PQRSがあり，右の図のように，点Qは辺BC上にあって，点Rと点Cが重なっています。




長方形PQRSがこの状態から出発して，毎秒1 cmの速さで，辺PQが辺ABと重なるまで矢印の方向に平行移動します。ただし，辺QRは辺BC上を動くものとします。

出発してから $x$ 秒後の，直角三角形ABCと長方形PQRSの重なった部分の面積 $y$ を $x$ の式で表しなさい。また，$x$ の変域を求めなさい。

【埼玉県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　2

3　下の図１のように，長方形ABCDと長方形DEFGを組み合わせたL字型の図形ABCEFGがあり，AB = 1 cm，AD = 4 cm，DE = 3 cm，DG = 4 cmである。また，PQ = 10cm，QR = 6 cmの長方形PQRSがある。これら２つの図形の辺AG，PQは直線$\ell$上にあり，点Aと点Pは重なっている。この状態から，長方形PQRSを固定し，L字型の図形を直線$\ell$に沿って矢印の方向に秒速1 cmで移動させ，点Aが点Qと重なったときに停止させる。

図２はL字型の図形が，途中まで移動したようすを表したものである。移動を始めてから$x$秒後に２つの図形が重なる部分の面積を$y$ cm$^2$とする。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

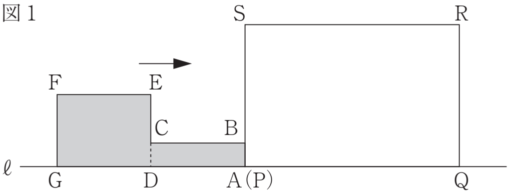
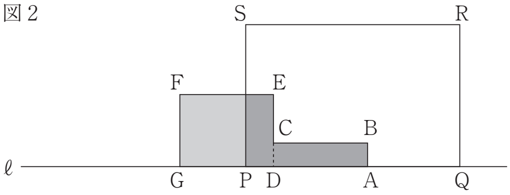
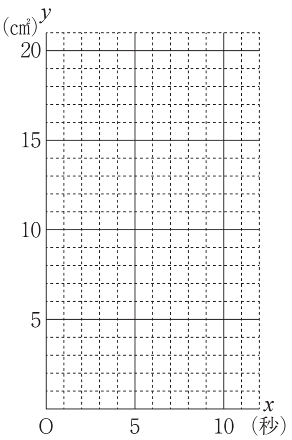
図１



図２



(1)　２つの図形が重なる部分の面積がL字型の図形ABCEFGの面積の$\frac{1}{2}$となるのは，移動を始めてから何秒後か求めなさい。

(2)　移動を始めてから停止するまでの$x$と$y$の関係を表すグラフを，図３にかきなさい。ただし，図３のOは原点とする。

図３



【茨城県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4　次の図１のように，AB ＝ 4 cm，AD ＝ 5 cm の長方形 ABCD がある。２つの頂点 B，C は直線 $\ell$ 上にある。また，直線 $\ell$ と交わる直線 $m$ があり，頂点 C は，２直線 $\ell$，$m$ の交点と重なっている。図２のように，この長方形 ABCD を図１の状態から，直線 $\ell$ に沿って，頂点 B が直線 $m$ 上に到達するまで，矢印の向きに移動させる。

長方形 ABCD を，点 D が直線 $m$ 上に到達するまでは毎秒 1 cm の速さで移動させ，その後，点 B が直線 $m$ 上に到達するまでは毎秒 $a$ cm の速さで移動させた。このとき，点 D が直線 $m$ 上に到達したのは，移動を始めてから２秒後であり，点 B が直線 $m$ 上に到達したのは，移動を始めてから８秒後であった。移動を始めてから $x$ 秒後の，長方形 ABCD のうち直線 $m$ より右側にある部分の面積を $y$ cm$^2$ とするとき，次の⑴〜⑷の問いに答えなさい。ただし，点 C が直線 $m$ 上にあるときは，$y$ ＝ 0 とする。

図１

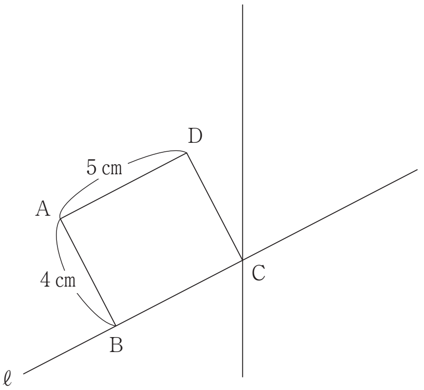
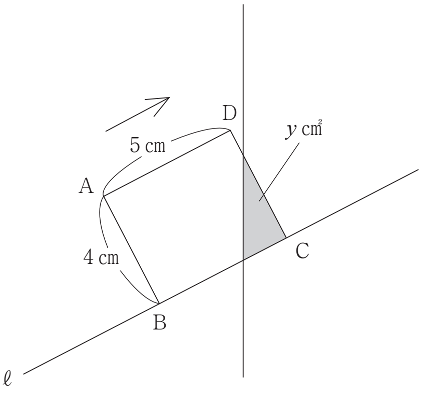



図２



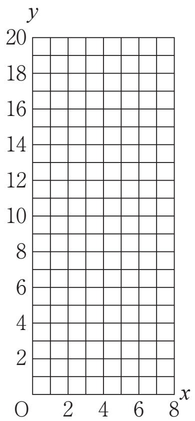

⑴　$x$ ＝ 2 のときの $y$ の値を答えなさい。

⑵　$a$ の値を答えなさい。

⑶　次の①，②について，$y$ を $x$ の式で表しなさい。

①　$0 \leqq x \leqq 2$ のとき

②　$2 \leqq x \leqq 8$ のとき




⑷　$0 \leqq x \leqq 8$ のとき，$x$ と $y$ の関係を表すグラフをかきなさい。

【新潟県】



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　3

5　図１のような，厚紙Ｐと長方形の封筒Ｓがある。

この封筒Ｓの中に厚紙Ｐを折らずに全部入れて，図２のように，厚紙Ｐを AB ⊥ CD となるように，矢印（⬅）の方向に引き出す。このとき，頂点Ａと辺CDとの距離を厚紙Ｐを引き出した長さとし，厚紙Ｐを引き出した長さが $x$ cm のときに封筒Ｓから出ている厚紙Ｐの面積を $y$ cm$^2$ とする。

次の(1)〜(4)の問いに答えなさい。

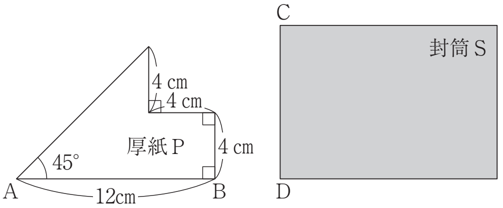


図１

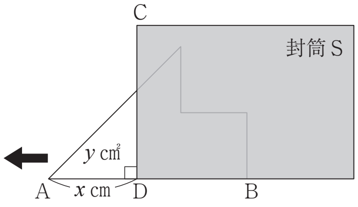


図２

(1)　表中のア〜ウにあてはまる数を求めなさい。

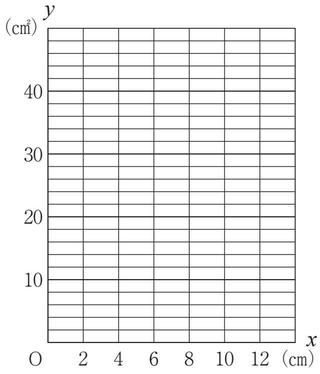
| $x$ (cm) | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ (cm$^2$) | 0 | 2 | ア | 18 | イ | ウ | 48 |

(2)　$x$ の変域を次の(ア)，(イ)とするとき，$x$ と $y$ との関係を式で表しなさい。

(ア)　$0 \leqq x \leqq 8$ のとき

(イ)　$8 \leqq x \leqq 12$ のとき

(3)　$x$ と $y$ との関係を表すグラフをかきなさい。($0 \leqq x \leqq 12$)




©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

⑷　図３のような，厚紙Ｑと長方形の封筒Ｔを用意する。

この封筒Ｔの中に厚紙Ｑを折らずに全部入れて，図４のように，厚紙ＱをEF ⊥ GHとなるように，矢印（⇦）の方向に引き出す。このとき，頂点Ｅと辺GHとの距離を厚紙Ｑを引き出した長さとする。

厚紙Ｐを引き出した長さと厚紙Ｑを引き出した長さが等しいとき，封筒Ｓから出ている厚紙Ｐの面積と封筒Ｔから出ている厚紙Ｑの面積が等しくなる場合がある。そのときの引き出した長さは何cmであるかをすべて求めなさい。ただし，引き出した長さは０cmより長く12cmより短いものとする。

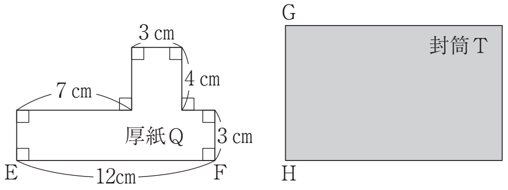


図３

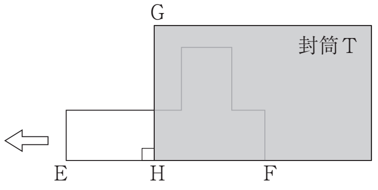


図４

【岐阜県】

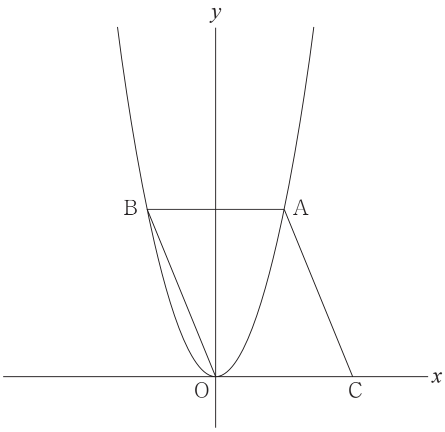

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第15講　関数と図形①

## Step　1

1　右の図のように，関数 $y = ax^2$ のグラフ上を $x > 0$ の範囲で動く点Aがあります。点Aを通り $x$ 軸に平行な直線をひき，関数 $y = ax^2$ のグラフとの交点をBとします。また，点Aを通り直線BOに平行な直線をひき，$x$ 軸との交点をCとします。ただし，$a > 0$ とします。

これについて，次の(1)～(3)に答えなさい。




(1)　点Aの $y$ 座標が4，△AOCの面積が14となるとき，点Cの $x$ 座標を求めなさい。

(2)　線分BCの中点の座標が(3，4)となるとき，$a$ の値を求めなさい。

(3)　直線OAの傾きが4となるとき，直線BCの傾きを求めなさい。

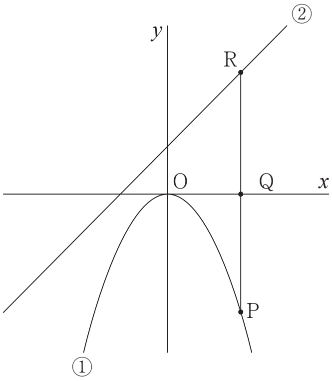
【広島県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

2　右の図で，点Oは原点であり，放物線①は関数 $y=-x^2$ のグラフで，直線②は関数 $y=x+1$ のグラフである。

点Pは放物線①上の点であり，その $x$ 座標は正の数である。また，点Pを通り，$y$ 軸に平行な直線をひき，$x$ 軸，直線②との交点をそれぞれQ，Rとする。

これについて，次のア，イの問いに答えよ。




ア　関数 $y=-x^2$ で，$x$ の変域が $-2 \leqq x \leqq 1$ のとき，$y$ の変域を求めよ。

イ　線分PQの長さと，線分QRの長さが等しくなるとき，点Pの $x$ 座標はいくらか。点Pの $x$ 座標を $a$ として，$a$ の値を求めよ。$a$ の値を求める過程も，式と計算を含めて書け。

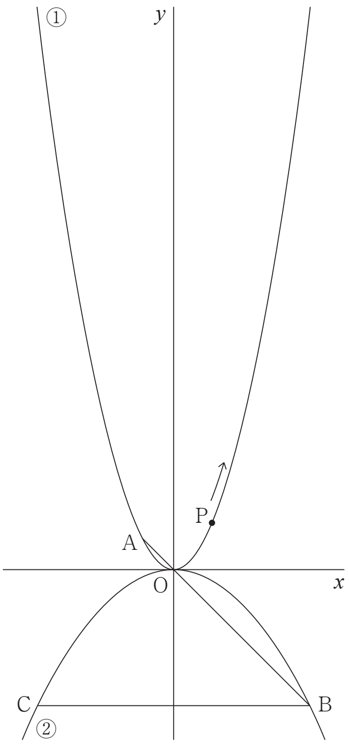
【香川県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　2

3　右の図において，①は関数 $y = x^2$，②は関数 $y = ax^2$ のグラフであり，点 A は①のグラフ上に，点 B，C は②のグラフ上にある。3 点 A，O，B は 1 つの直線上にあり，直線 BC は $x$ 軸に平行な直線である。また，2 点 A，B の $x$ 座標はそれぞれ $-1$，4 である。さらに，①のグラフ上を動く点 P を考える。

このとき，次の 1～3 に答えなさい。




1　$a$ の値を求めなさい。

2　①のグラフ上に $x$ 座標が 3 である点 D をとる。点 P が①のグラフ上を点 A から点 D まで動くとき，点 P の $y$ 座標の最小値と最大値を求めなさい。

3　点 P の $x$ 座標を $t$ とし，点 P から $x$ 軸にひいた垂線と直線 AB，直線 BC との交点をそれぞれ Q，R とする。ただし，$0 < t < 4$ である。

このとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

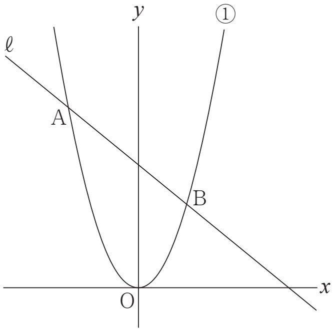
(1)　△QAP と△QBR において，QA：QB = QP：QR が成り立つとする。
このとき，AP：BR を最も簡単な整数の比で表しなさい。

(2)　PQ：QR = 3：1 となる $t$ の値を求めなさい。

【山梨県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

4　右の図は，関数 $y = ax^2$……①のグラフと，このグラフ上の2点A，Bを通る直線 $\ell$ を示したものであり，点Aの座標は（－4，16），点Bの $x$ 座標は3で，点Oは原点である。このとき，次の1～3の問いに答えなさい。なお，座標の1目もりは1cmとする。




1　$a$ の値を求めよ。

2　直線 $\ell$ の傾きを求めよ。

3　点Pが関数①のグラフ上を点Aから点Bまで動く。点Pを通り $x$ 軸に平行な直線と直線 $\ell$ との交点をQとする。また，点P，点Qから $x$ 軸にひいた垂線と $x$ 軸との交点をそれぞれR，Sとする。線分PQと線分PRの長さの和が14cmになるとき，次の(1)，(2)の問いに答えよ。

(1)　点Pの座標を求めよ。

(2)　点Pを通る右上がりの直線を $m$ とする。線分QSを延長した直線と直線 $m$ との交点をTとする。台形PRSTの面積が65cm$^2$ であるとき，直線 $m$ の式を求めよ。

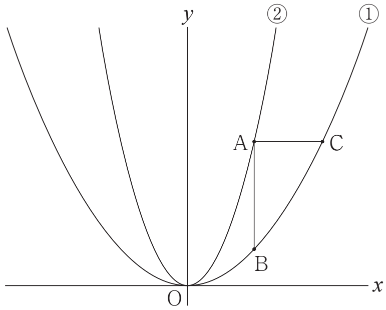
【鹿児島県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step 3

5　右の図において，放物線①，②はそれぞれ関数 $y = \frac{1}{4}x^2$，$y = x^2$ のグラフである。また，点Aは②上の $x > 0$ の範囲を動く点である。点Aを通り $y$ 軸に平行な直線と①との交点をBとし，点Aを通り $x$ 軸に平行な直線と①との交点をCとする。

このとき，次の問いに答えなさい。




1　点Aの $x$ 座標が2のとき，

(1)　点Bの $y$ 座標を求めよ。

(2)　2点B，Cを通る直線の傾きを求めよ。

2　線分AB，ACを2辺とする長方形ABDCをつくる。点Aの $x$ 座標を $t$ とするとき，

(1)　点Dの $x$ 座標，$y$ 座標をそれぞれ $t$ を使って表せ。

(2)　長方形ABDCが正方形となるような $t$ の値を求めよ。

(3)　点(3，2)が長方形ABDCの周上にあるのは，$t$ = [ア] のときと，$t$ = [イ] のときである。ア，イに当てはまる数を，それぞれ書け。

【愛媛県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

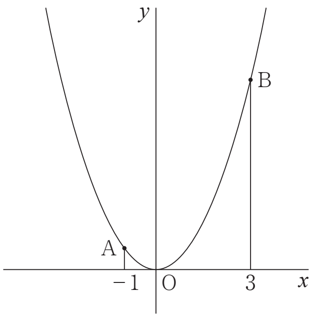
〈 ***Note*** 〉

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第16講　関数と図形②

## Step 1

1　関数 $y = x^2$ のグラフ上に2点A，Bがあり，点Aの $x$ 座標は－1，点Bの $x$ 座標は3である。このとき，次の各問いに答えなさい。




問1　点Aの $y$ 座標を求めなさい。

問2　この関数において $x$ の変域が $-1 \leqq x \leqq 3$ のとき，$y$ の変域を求めなさい。

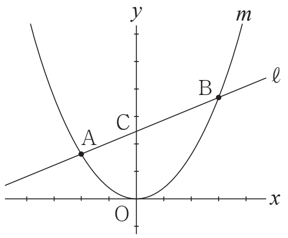
問3　原点をOとするとき，△OABの面積を求めなさい。

問4　原点Oから直線ABに下ろした垂線と直線ABとの交点をPとするとき，線分OPの長さを求めなさい。

【沖縄県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2　右図において，$m$ は $y = ax^2$（$a$ は正の定数）のグラフを表す。A，B は $m$ 上の点であって，A，B の $x$ 座標はそれぞれ $-2$，3 である。$\ell$ は，2 点 A，B を通る直線である。C は，$\ell$ と $y$ 軸との交点である。




①　C の $y$ 座標を $a$ を用いて表しなさい。

②　O と A，O と B とをそれぞれ結んでできる△AOB の面積が $6\,\text{cm}^2$ であるときの直線 $\ell$ の式を求めなさい。求め方も書くこと。ただし，座標軸の 1 目もりの長さは 1 cm であるとする。

【大阪府】

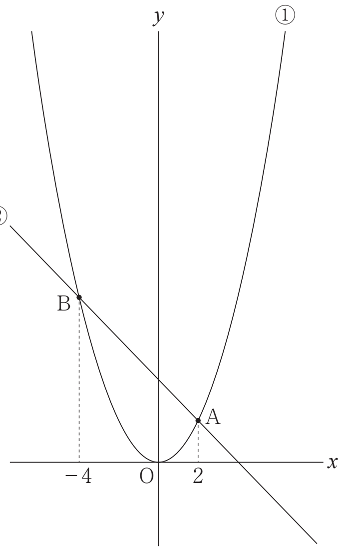
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

## Step 2

**3** 図のように，関数 $y = ax^2$……①と $y = -x + b$……②のグラフが，2 点 A，B で交わっている。2 点 A，B の $x$ 座標はそれぞれ，2，$-4$ である。

次の問 1，問 2 に答えなさい。

図




問 1　次の ［ア］ ～ ［ク］ にあてはまる数を答えなさい。

点 A は，①のグラフ上にあるので，

座標は(2，［ア］$a$)と表すことができる。

同様に，点 B も①のグラフ上にあるので，

座標は($-4$，［イ］$a$)と表すことができる。

さらに，点 A は②のグラフ上の点であるから，

［ア］$a$ = ［ウ］ + $b$……③が成り立つ。

同様に，点 B も②のグラフ上の点であるから，

［イ］$a$ = ［エ］ + $b$……④が成り立つ。

③と④から，$a$，$b$ の値を求めると，$a$ = ［オ］，$b$ = ［カ］ となる。

したがって，関数①の $x$ の変域が $-4 \leqq x \leqq 2$ のときの $y$ の変域を求めると，

［キ］ $\leqq y \leqq$ ［ク］ となる。

問 2　△OAB と△OAP の面積が等しくなるような点 P を関数①のグラフ上にとる。ただし，点 P は点 B とは異なる点である。

次の 1，2 に答えなさい。

1．点 P の位置は，どのように決めればよいか，「平行」ということばを用いて説明しなさい。

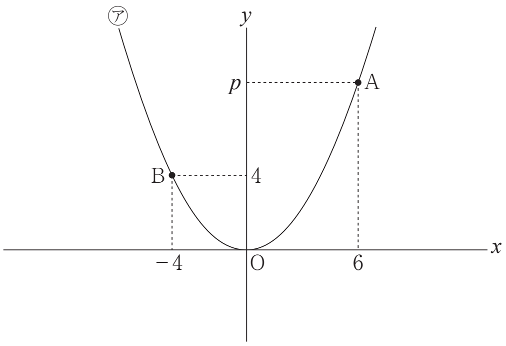
2．直線 AB と $y$ 軸の交点を Q とし，直線 BP と $y$ 軸との交点を R とする。△OAQ と△BQR の面積の比を，最も簡単な整数の比で答えなさい。

【島根県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4　右の図のように，関数 $y = ax^2$……㋐のグラフ上に２点 A，B があり，点 A の座標が $(6,\ p)$，点 B の座標が $(-4,\ 4)$ である。

このとき，あとの各問いに答えなさい。




(1)　$a$，$p$ の値を求めなさい。

(2)　関数㋐について，$x$ の値が $-4$ から 0 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(3)　2 点 A，B を通る直線の式を求めなさい。

(4)　原点を O とし，直線 AB が $x$ 軸と交わる点を C とするとき，次の各問いに答えなさい。

①　△OBC を，$x$ 軸を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。
ただし，円周率は $\pi$ とし，座標の 1 目もりは 1 cm とする。

②　原点 O を通り，直線 AB に平行な直線が，関数㋐のグラフと交わる点を D とする。直線 OD 上の $x < 0$ となる部分に点 E をとり，四角形 ABEO をつくる。四角形 ABEO の面積と△ACD の面積が等しくなるとき，点 E の座標を求めなさい。
ただし，点 D は原点 O と異なる点とする。

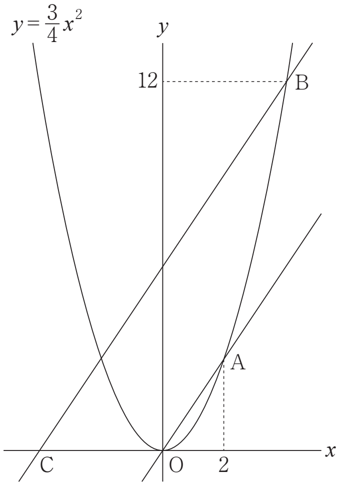
【三重県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

## Step 3

5 右の図のように，関数 $y=\dfrac{3}{4}x^2$ のグラフ上に2点A，Bがある。Aの $x$ 座標は2で，Bの $y$ 座標は12であり，Bの $x$ 座標は正である。また，点Oは原点であり，点Cは，Bを通り，直線OAに平行な直線と $x$ 軸との交点である。

このとき，次の各問いに答えなさい。




(1) 点Aの $y$ 座標を求めなさい。

(2) 点Bの $x$ 座標を求めなさい。

(3) 直線BCの式を求めなさい。

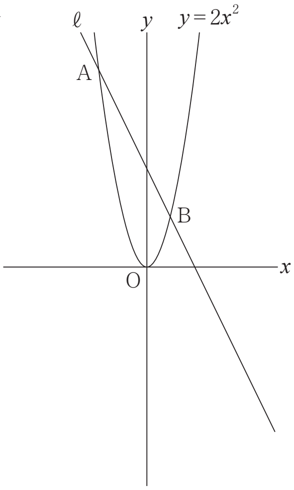
(4) 線分BC上に2点B，Cとは異なる点Pをとる。△OPCの面積が△OABの面積の $\dfrac{1}{2}$ となるときのPの座標を求めなさい。

【熊本県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

6　右の図1のように，関数 $y = 2x^2$ のグラフと直線 $\ell$ が2点A，Bで交わっている。2点A，Bの $x$ 座標が，それぞれ$-2$，1であるとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

図1



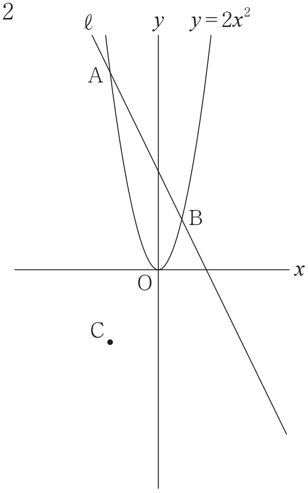

(1)　直線 $\ell$ の式を求めなさい。

(2)　右の図2のように，図1において点C$(-2,\ -3)$をとる。$y$ 軸を対称の軸として，点Cを対称移動した点をDとし，線分CDを1辺とする正方形CDEFを，点E，Fの $y$ 座標が負となるようにかく。

この正方形CDEFの周上に点Pをとり，点Pと2点A，Bを結んで，△ABPをつくる。

△ABPの面積が，原点Oと2点A，Bを結んでできる△ABOの面積の3倍になるような点Pは2つある。この2つの点の座標を，それぞれ求めなさい。

図2




【千葉県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

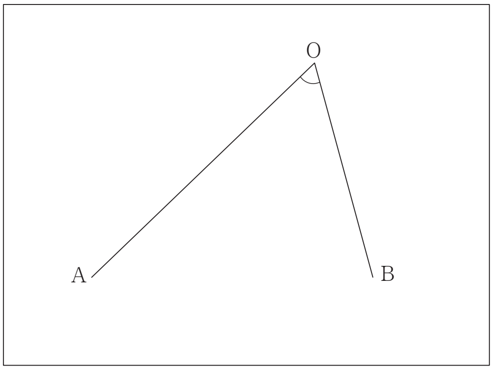
# 第17講　作　図

## Step 1

1　次の問いに答えなさい。

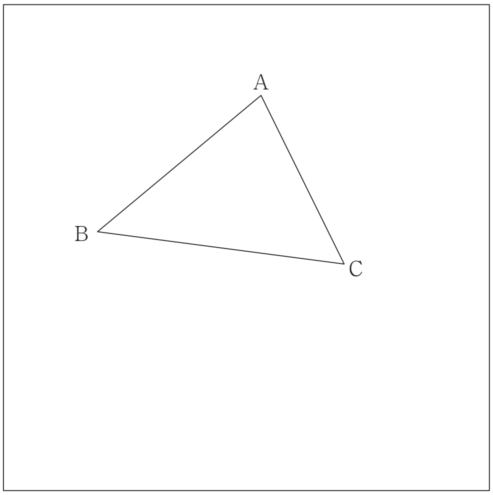
(1)　右の図で，∠AOB の二等分線を作図しなさい。

ただし，作図には定規とコンパスを用い，作図に使った線は消さないでおくこと。




【岩手県】

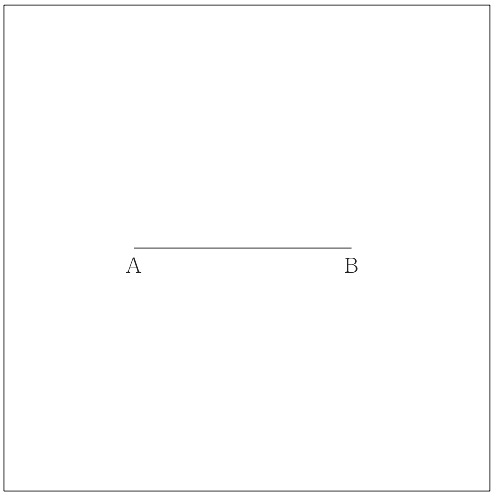
(2)　右の図のように三角形 ABC がある。辺 BC 上に，BC ⊥ AP となる点 P を，定規とコンパスを用いて作図しなさい。ただし，作図に用いた線は消さないこと。




【秋田県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

(3)　右の図において，線分 AB の垂直二等分線を定規とコンパスを用いて図に作図せよ。ただし，作図に用いた線は消さずに残しておくこと。



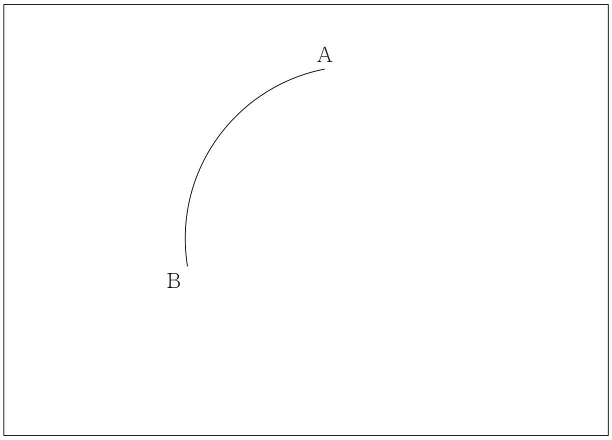

【長崎県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製·転載を禁止します。

2　次の問いに答えなさい。

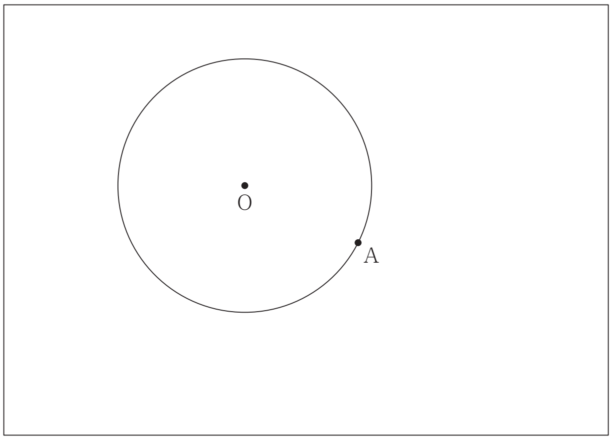
(1)　次の図の$\overset{\frown}{AB}$は，円の一部です。この円の中心をコンパスと定規を使って作図し，その点をＰとしなさい。

ただし，作図するためにかいた線は，消さないでおきなさい。




【埼玉県】

(2)　次の図のような円Ｏがある。円周上の点Ａを通る円Ｏの接線を，定規とコンパスを用いて作図しなさい。ただし，作図は次の図に行い，作図に使った線は消さないで残しておくこと。




【新潟県】

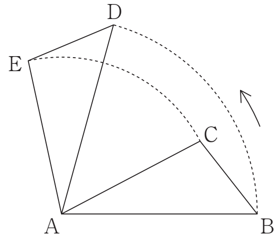
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

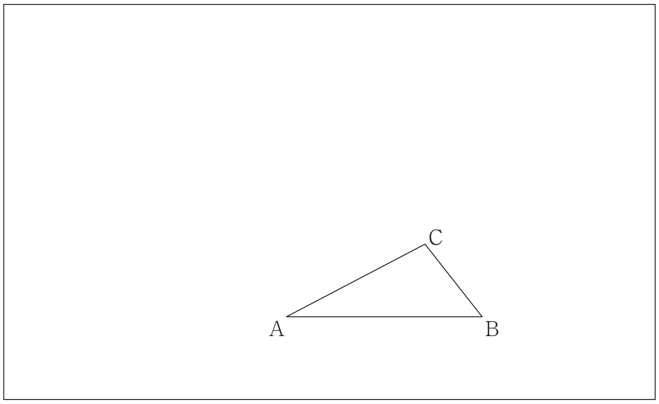
## Step 2

3　次の問いに答えなさい。

(1)　右の図で，△ADE は，△ABC を頂点 A を中心として反時計回り（矢印の方向）に回転移動させたものである。

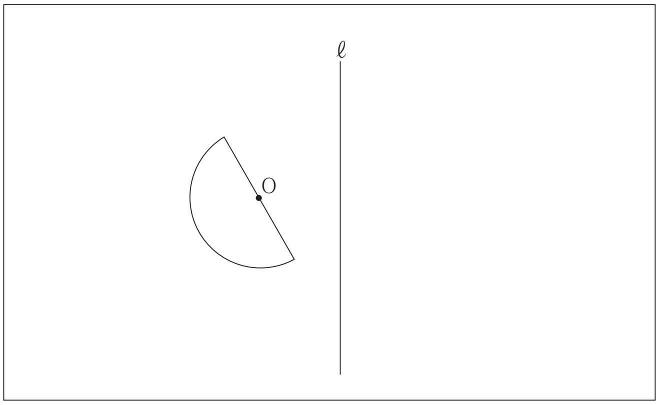
解答欄に示した図をもとにして，△ABC を頂点 A を中心として反時計回りに 90° 回転移動させてできる△ADE を，定規とコンパスを用いて作図し，頂点 D，頂点 E の位置を示す文字 D，E も書け。ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。




【東京都】

(2)　次の図のような，半円 O と直線 $\ell$ がある。この半円を，直線 $\ell$ を対称の軸として対称移動した図を解答欄に作図せよ。ただし，作図に用いた線は消さずに残しておくこと。



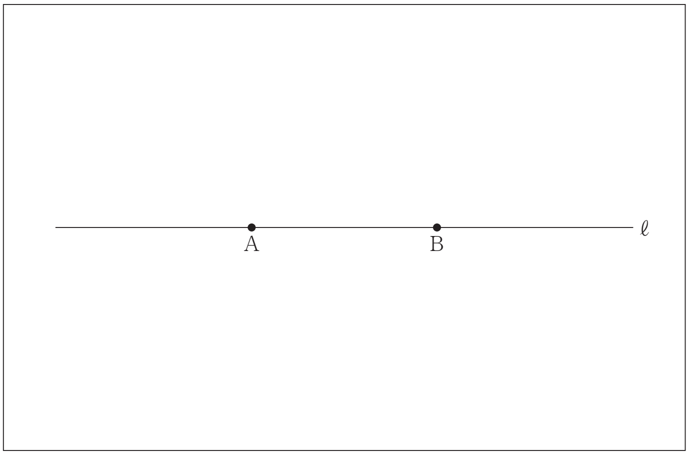

【愛媛県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

4　次の問いに答えなさい。

(1)　次の図で，直線 $\ell$ 上に，2 点 A，B があるとき，AB = AC，$\angle$BAC = 135° の二等辺三角形 ABC を 1 つ，定規とコンパスを用いて作図しなさい。

なお，作図に用いた線は消さずに残しておきなさい。




【三重県】

(2)　次の図のように，線分 AB がある。$\angle$ABC = 60°，$\angle$BAC = 90° となる△ABC の頂点 C を，線分 AB の上側に作図しなさい。

ただし，作図にはコンパスと定規を用い，作図に使った線は消さないこと。

【大分県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　3

5　図1のように，直線 $\ell$ 上に点Aと点Bがある。勇さんは，線分ABを1辺とし，$\angle DAB = 45°$ であるひし形ABCDを，下の【手順】にしたがって作図しようとした。

図1

【手順】

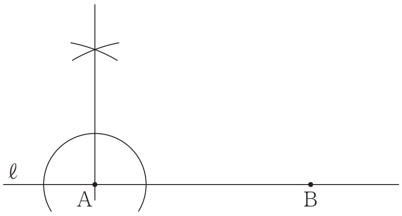
① 点Dを直線 $\ell$ の上側に作図する。

② 点Cを作図し，ひし形ABCDをつくる。

図2は，勇さんが【手順】①の途中まで作図した状態を表している。勇さんが作図しようとしたひし形ABCDを，定規とコンパスを使って，図2に作図しなさい。

ただし，作図に使った線は残しておくこと。

図2




【山形県】

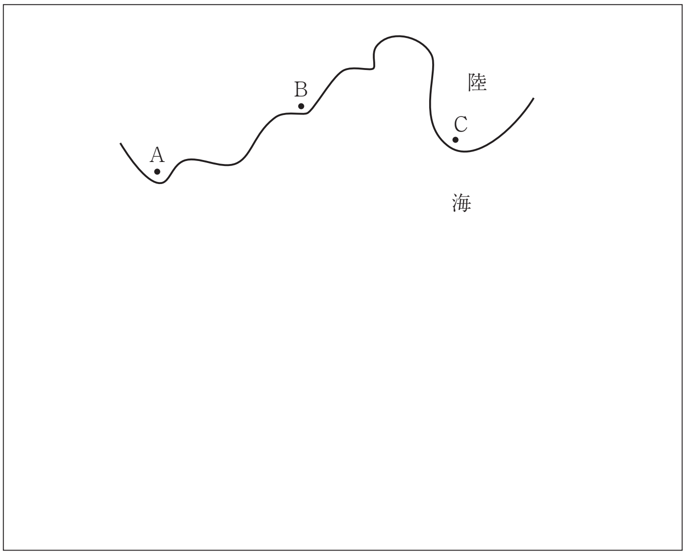
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

6　次の図のように，陸上に３点 A，B，C がある。海上の船から，「現在，船は２点 A，B から等距離で，∠BPC ＝ 30° となる点 P の位置にいる。」と，連絡があった。

このような点 P を作図によって求め，点 P の位置を示す文字 P も書きなさい。

ただし，４点 A，B，C，P の海面からの高さはすべて等しいものとする。

なお，作図において，三角定規の角を利用して直線をひくことはしないものとし，作図に用いた線は消さずに残しておくこと。




【千葉県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

〈 ***Note*** 〉

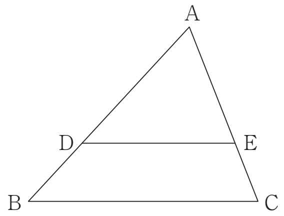
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第18講　面積・面積比

## Step　1

**1**　右図の△ABCにおいて，D，Eはそれぞれ辺AB，AC上の点で，DE∥BC，AD：DB = 2：1である。

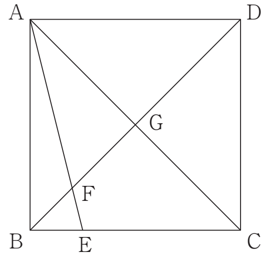
△ADEの面積が$12cm^2$のとき，△ABCの面積は何$cm^2$か，求めなさい。




【兵庫県】

**2**　図で，四角形ABCDは正方形であり，Eは辺BC上の点で，BE：EC = 1：3である。また，F，Gはそれぞれ線分DBとAE，ACとの交点である。

AB = 10cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。



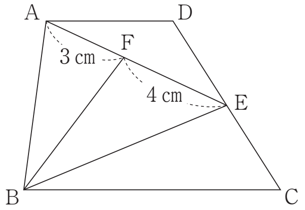

①　線分FEの長さは線分AFの長さの何倍か，求めなさい。

②　△AFGの面積は何$cm^2$か，求めなさい。

【愛知県】

**3**　右の図のような，AD∥BCの台形ABCDがある。点Eは辺CDの中点であり，点Fは線分AE上の点である。

AF = 3cm，FE = 4cmであるとき，△BEFの面積は，台形ABCDの面積の何倍か。



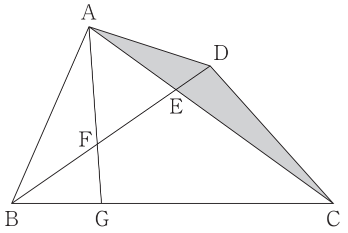

【香川県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step 2

4　右の図のような四角形ABCDがあり，対角線ACと対角線BDとの交点をEとする。線分BE上に，2点B，Eと異なる点Fをとり，直線AFと辺BCとの交点をGとする。

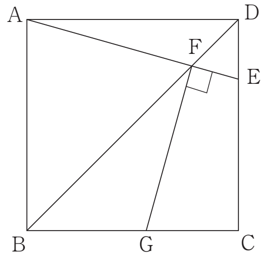
四角形ABCDの面積が50cm$^2$，△AGCの面積が30cm$^2$，BF：FD ＝ 3：4，AF：FG ＝ 2：1であるとき，△ACDの面積は何cm$^2$か。




【香川県】

5　図で，四角形ABCDは正方形，Eは辺DC上の点で，DE ＝ $\frac{1}{3}$EC であり，Fは線分AEとDBとの交点である。また，Gは辺BC上の点で，AE ⊥ FGである。

AB ＝ 10cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。




①　線分AFの長さは線分AEの長さの何倍か，求めなさい。

②　△FBGの面積は何cm$^2$か，求めなさい。

【愛知県】

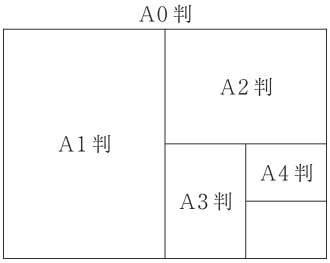
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　3

**6**　教科書やノートには，A 判や B 判とよばれる規格の大きさの紙が使われている。そのうち，A 判の紙の大きさは，次のように決められている。(1)〜(4)に答えなさい。

A 判の紙の大きさの決め方

① A0 判の紙は，面積が 1 $m^2$ の長方形である。
② A0 判の紙を，長い方の辺を半分にして切ると，A1 判の紙になり，A0 判と A1 判の紙は相似になっている。
③ 同じように，次々と長い方の辺を半分にして切っていくと，A2 判，A3 判，A4 判，…の紙になり，それらはすべて相似になっている。




(1) A0 判の紙の面積は，A4 判の紙の面積の何倍か，求めなさい。

(2) A2 判の紙の周の長さが 2028mm であるとすると，A4 判の紙の周の長さは何 mm となるか，求めなさい。

(3) ひろしさんは，次のようにして，A0 判と A1 判の紙の相似比を求めた。[ア] にあてはまる式を，[イ] にはあてはまる数をそれぞれ書きなさい。

図のように，A0 判の紙を長方形 ABCD，A1 判の紙を長方形 EABF，AB = 1，AD = $a$ とすると，点 E は辺 AD の中点だから，EA = [ア] となる。

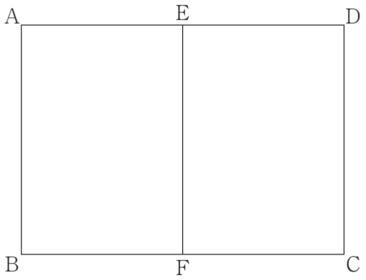
長方形 ABCD と長方形 EABF は相似だから，AB：AD = EA：EF である。

よって，1：$a$ = [ア]：1

これを解くと，$a > 0$ だから，$a$ = [イ]

したがって，AD：EF = [イ]：1 であるから，A0 判と A1 判の紙の相似比は，[イ]：1 である。

図




©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

(4)　コピー機を使って，A5 判の紙全体を A3 判の大きさに拡大するには，倍率を 200 %にする。A3 判の紙全体を A4 判の大きさに縮小するとき，倍率は何%にすればよいか，小数第 1 位を四捨五入して整数で求めなさい。ただし，$\sqrt{2} = 1.414$ とする。

【徳島県】

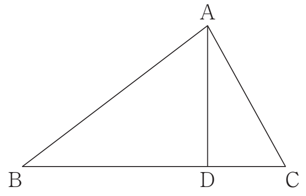
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第19講　三平方の定理の利用

## Step 1

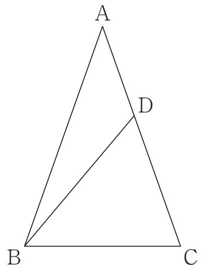
**1** 次の問いに答えなさい。

(1) 右の図のように，△ABCの辺BC上に点Dがあり，∠CAD = 30°，AD ⊥ BC です。AB = 3 cm，AC = 2 cm のとき，辺BCの長さは何 cm ですか。



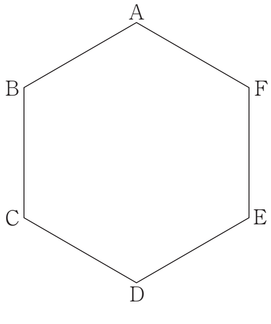

【広島県】

(2) 右の図で，三角形ABCはAB = AC = 6 cm，BC = 4 cm の二等辺三角形であり，点Dは辺AC上の点である。線分BDの長さが最も短くなるとき，線分BDの長さを求めなさい。




【秋田県】

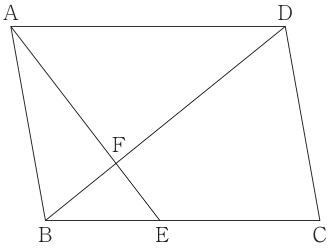
**2** 右の図のように，1辺が4 cm の正六角形ABCDEFがあります。正六角形ABCDEFの頂点A，C，Eを結んでできる三角形の面積を求めなさい。




【北海道】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

3　右の図のように，平行四辺形ABCDの辺BC上に点Eがあり，線分AEと対角線BDとの交点をFとします。AF = CE, ∠AFD = 90°，AD = 5 cm，BE = 2 cmのとき，線分BFの長さは何cmですか。



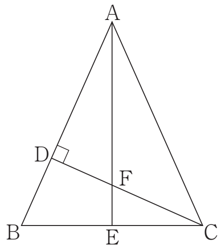

【広島県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　2

4　図で，△ABC は AB = AC の二等辺三角形，D は辺 AB 上の点で，AB ⊥ DC であり，E は辺 BC の中点である。また，F は線分 DC と AE との交点である。

AB = 9 cm，BC = 6 cm のとき，次の①，②の問いに答えなさい。



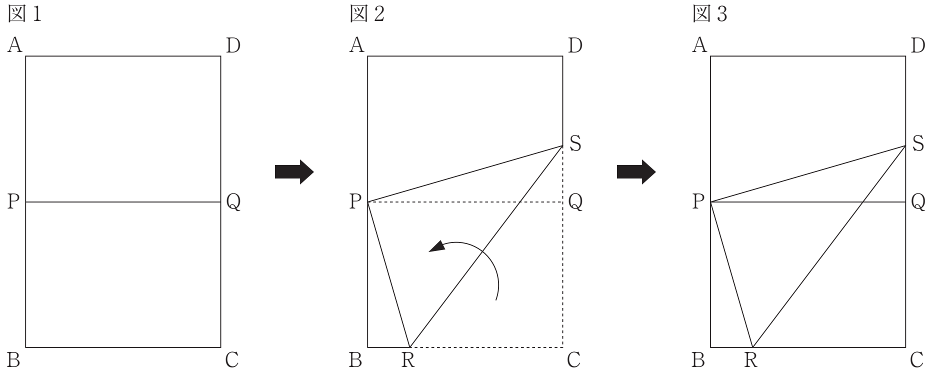

① 線分 DB の長さは何 cm か，求めなさい。

② 四角形 DBEF の面積は何 $cm^2$ か，求めなさい。

【愛知県】

5　下の図１のように AB = 6 cm，BC = 4 cm である長方形 ABCD の紙がある。辺 AB，CD の中点をそれぞれ P，Q とし，２点 P，Q を結ぶ。次に，図２のように，点 C が点 P に重なるように折り，折り目と辺 BC，CD との交点をそれぞれ R，S とする。図３は，図２の折った部分をもとにもどし，点 P と点 R，S をそれぞれ結んだものである。

このとき，次の(Ⅰ)，(Ⅱ)について，［ア］には当てはまる最も簡単な整数の比を，［イ］，［ウ］には当てはまる値をそれぞれ書きなさい。




(Ⅰ)・△PBR ∽ △PQS である。

・△PBR と△PQS の面積の比は，［ア］である。

(Ⅱ) PS の長さを $x$ cm とするとき，

・QS の長さを $x$ を使った式で表すと，($x$ − ［イ］) cm である。

・$x$ の値を求めると，PS = ［ウ］ cm である。

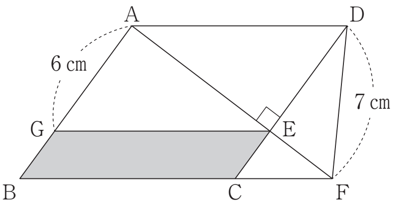
【茨城県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　3

**6**　右の図のような，平行四辺形ABCDがあり，点Aから辺CDに垂線をひき，その交点をEとする。直線AEと直線BCとの交点をFとし，点Dと点Fを結ぶ。辺AB上に，CE = BGとなる点Gをとり，点Eと点Gを結ぶ。

AG = 6cm，DF = 7cmであるとき，四角形BCEGの面積は何$\text{cm}^2$か。




【香川県】

**7**　辺ABが辺BCより短い長方形ABCDがあり，BC = 10cmである。長方形ABCDと合同な長方形PQRSを，頂点A，B，C，Dにそれぞれ頂点P，Q，R，Sが一致するように重ね，図1～図3のように，点Sを中心として反時計回り（矢印の方向）に回転させる。下の(1)，(2)の問いに答えなさい。ただし，円周率を$\pi$とする。

図1

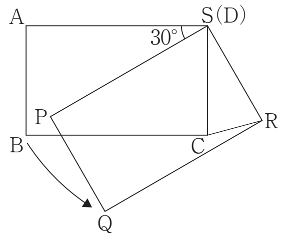



図2

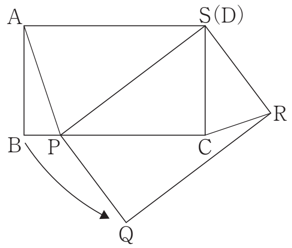
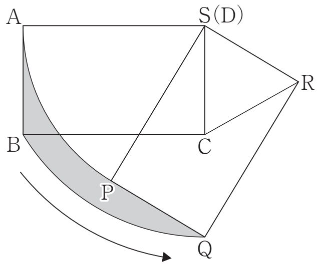



図3




(1)　図1のように，30°回転させ，点Cと点Rを線分で結ぶとき，∠CRQの大きさを求めなさい。

(2)　点Pが辺BC上にあるとき，BP = 2cmである。

①　図2のように，点Pが辺BC上にくるまで回転させたとき，△SAPの面積は，△SCRの面積の何倍か，求めなさい。

②　図3のように，はじめてCS = CRとなる位置まで回転させた。このとき，点Pが点Aから描(えが)いた線，点Qが点Bから描いた線，線分AB，線分PQによって囲まれた部分の面積を求めなさい。

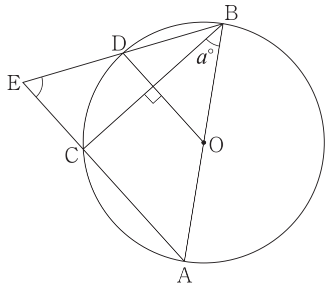
【秋田県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第 20 講　円・円周角

## Step 1

1 右の図で，線分 AB は円 O の直径で，2 点 C，D は円 O の周上にあり，BC ⊥ OD である。また，点 E は 2 直線 AC，BD の交点である。∠OBC = $a$°のとき，∠CED の大きさを $a$ を用いて表せ。




【奈良県】

2 図 1 のように，地中に半分以上埋まっている丸太がある。図 2 のように，この丸太の切り口は円であり，地上に出ている部分を測ると，高さが 9 cm，弦の長さが 42cm であった。
このとき，この丸太の切り口の半径を求めなさい。
ただし，丸太の切り口は地面と垂直であるものとする。

図 1

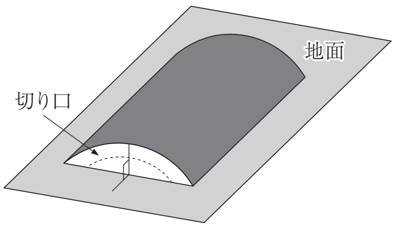
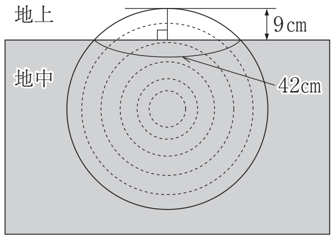
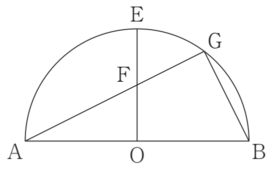



図 2




【千葉県】

3 右の図のように，線分 AB を直径とする半円があり，線分 AB の中点を点 O とします。点 O を通り線分 AB に垂直な直線と弧 AB との交点を E とし，線分 OE の中点を F とします。点 A，F を通る直線と弧 AB との交点のうち，点 A と異なる点を G とします。△AOF の面積が 10cm$^2$ のとき，△AGB の面積を求めなさい。



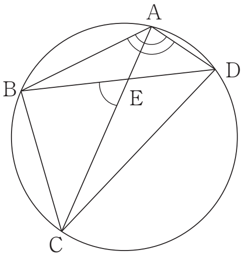

【北海道】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step 2

4 図のように，円周上の4点A，B，C，Dを頂点とする四角形ABCDがあり，Eは線分ACとBDとの交点である。

AB = BC，円の半径が2cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。



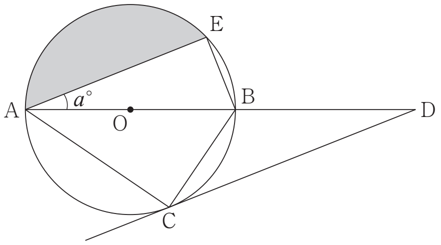

① ∠BEC = $a$°のとき，∠BADの大きさは何度か，$a$を使って表しなさい。

② ∠BEC = 60°のとき，線分BDの長さは何cmか，求めなさい。

【愛知県】

5 右の図のように，ABを直径とする円Oの周上に，AC > BCとなるように点Cをとる。また，Cを通る円Oの接線と直線ABとの交点をDとし，CD ∥ AEとなるように円周上に点Eをとる。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。




(1) ∠EAB = $a$°とするとき，∠BACの大きさを$a$を用いて表しなさい。

(2) 円Oの半径が2cm，∠EBA = 60°のとき，Cを含まない方の弧AEと線分AEとで囲まれた部分の面積を求めなさい。ただし，円周率は$\pi$とする。

【栃木県】

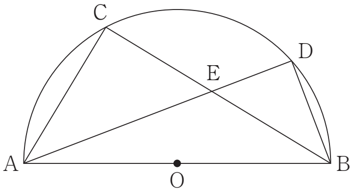
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step 3

6　右の図のように，線分 AB を直径とする半円があり，点 O は線分 AB の中点である。$\overset{\frown}{AB}$上に点 C，D をこの順にとり，線分 AD と BC との交点を E とする。

AB = 10cm として，次の問いに答えなさい。

ただし，円周率は $\pi$ とする。



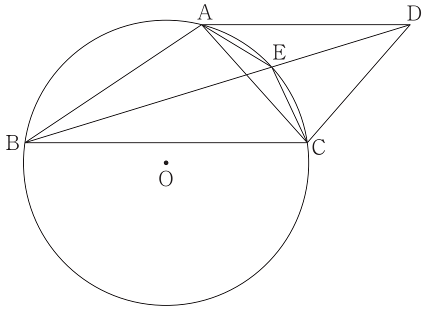

(1)　$\overset{\frown}{CD} = 2\pi$cm のとき，∠AEC の大きさを求めなさい。

(2)　∠AEC = $a$° のとき，$\overset{\frown}{AC}$と$\overset{\frown}{BD}$の長さの和を $a$ を使った式で表しなさい。

【富山県】

7　右の図のように，円 O の周上に 3 点 A，B，C があり，AB = 6 cm，BC = 8 cm である。点 A を通り直線 BC に平行な直線と，∠ABC の二等分線との交点を D とすると，点 D は円 O の外部にあり，四角形 ABCD の面積は $7\sqrt{11}$cm$^2$ である。また，線分 BD と円 O との交点のうち B でないものを E とする。

このとき，次の問い(1)〜(3)に答えよ。




(1)　線分 AD の長さを求めよ。また，直線 BC 上に BC ⊥ AH となるように点 H をとるとき，線分 AH の長さを求めよ。

(2)　線分 BD の長さを求めよ。

(3)　△ABD と△EAC の面積の比を最も簡単な整数の比で表せ。

【京都府】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

〈 ***Note*** 〉

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第21講　合同の証明

## Step 1

1　平行四辺形ABCDで，辺BCの中点をE，線分AEと辺DCをそれぞれ延長した直線の交点をFとする。

このとき，△ABE ≡△FCEとなることを次のように証明したい。

［Ⅰ］，［Ⅱ］，［Ⅲ］にあてはまる最も適当なものを，［Ⅰ］，［Ⅱ］にはあとのA群のアからウまで，［Ⅲ］にはB群のエからカまでの中からそれぞれ選んで，そのかな符号を書きなさい。

（証明）　△ABEと△FCEで，
　Eは辺BCの中点だから，BE = CE……①
　［Ⅰ］は等しいから，∠AEB =∠FEC……②
　AB∥CFより，［Ⅱ］は等しいから，∠ABE =∠FCE……③
　①，②，③から，［Ⅲ］ので，△ABE ≡△FCE

【A群】
ア　同位角　　イ　錯角　　ウ　対頂角

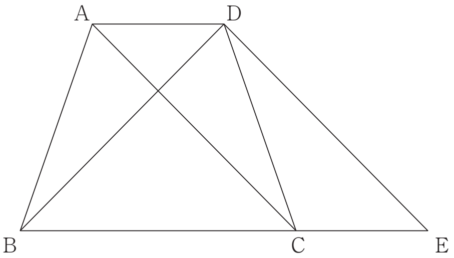
【B群】
エ　1辺とその両端の角が，それぞれ等しい
オ　2辺とその間の角が，それぞれ等しい
カ　2組の角が，それぞれ等しい

【愛知県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

2　右の図のように，AD ∥ BC，AC = DB である四角形 ABCD がある。辺 BC を C の方向に延長した直線上に AC ∥ DE となる点 E をとる。

このとき，AB = DC であることを次のように証明した。




（証明）

仮定から，AC ∥ DE……①

AD ∥ BC だから，AD ∥ CE……②

①，②から，2 組の［ア］がそれぞれ平行だから

四角形 ACED は平行四辺形である。

よって，AC = DE……③

仮定から，AC = DB……④

③，④から，DB = DE

したがって，2 つの辺が等しくなるので△DBE は二等辺三角形である。

よって，［イ］= ∠DEB……⑤

［ウ］

次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1)［ア］には適切なことばを，［イ］には当てはまる適切な角をそれぞれ書きなさい。

(2)［ウ］には証明の続きを書き，AB = DC であることの証明を完成させなさい。

ただし，（証明）の中の①～⑤で示されている関係を使う場合は，①～⑤の番号を用いてもよい。また，新たな関係に番号をつける場合は，⑥以降の番号を用いなさい。

【茨城県】

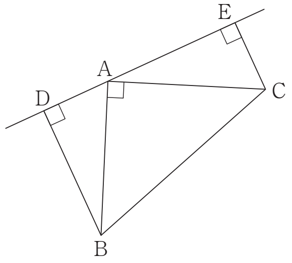
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　2

3　図のように，AB = AC である直角二等辺三角形 ABC の頂点 A を通る直線に，頂点 B，C からそれぞれ垂線 BD，CE をひく。

このとき，BD + CE = DE であることを次のように証明したい。

［a］，［b］にあてはまる数をそれぞれ書きなさい。また，［Ⅰ］，［Ⅱ］，［Ⅲ］にあてはまるものの組み合わせとして最も適当なものを，あとのアからエまでの中から選んで，そのかな符号を書きなさい。




なお，2 か所の［a］には同じ数，3 か所の［Ⅰ］と 2 か所の［Ⅱ］，［Ⅲ］にはそれぞれ同じものがあてはまる。

（証明）　△ADB と△CEA で，

仮定より，∠ADB = ∠CEA = 90°……①

AB = CA……②

また，∠ABD = ［a］° − ∠［Ⅰ］……③

∠CAE = ［b］° − ∠BAC − ∠［Ⅰ］

= ［a］° − ∠［Ⅰ］……④

③，④より，∠ABD = ∠CAE……⑤

①，②，⑤から，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角が，それぞれ等しいので，

△ADB ≡△CEA

合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので，

BD = ［Ⅱ］，［Ⅲ］ = CE

よって，BD + CE = ［Ⅱ］ + ［Ⅲ］

= DE

ア　Ⅰ BAD，Ⅱ AD，Ⅲ AE

イ　Ⅰ ADB，Ⅱ AE，Ⅲ AD

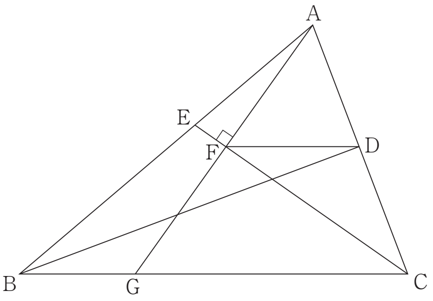
ウ　Ⅰ BAD，Ⅱ AE，Ⅲ AD

エ　Ⅰ ADB，Ⅱ AD，Ⅲ AE

【愛知県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

4　右の図で，△ABC は BA = BC，∠ABC が 60°より小さい二等辺三角形である。∠ABC の二等分線と辺 AC との交点を D，∠ACB の二等分線と辺 AB との交点を E とする。また，点 A から線分 CE に垂線をひき，線分 CE との交点を F，辺 BC との交点を G とする。




このとき，FD = $\frac{1}{2}$GC となる。

次の［破線枠］の中は，FD = $\frac{1}{2}$GC の証明を途中まで示したものである。

証明

△BAD と△BCD において，

(a) ……①

(b) ……②

(c) ……③

①，②，③より (d) が，それぞれ等しいから，

△BAD ≡△BCD

したがって， (e) ……④

△CAF と△CGF において，

（続く）

次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1)　証明の［実線枠］の中は，二等辺三角形の頂角の二等分線は，底辺を 2 等分することの証明である。

(a) ～ (c) ， (e) に入る最も適当なものを，次のア～カのうちからそれぞれ一つずつ選び，符号で答えなさい。また， (d) に入る最も適当なことばを書きなさい。

ア　BA = BC　　イ　∠BDA =∠BDC = 90°　　ウ　∠BAD =∠BCD

エ　AD = CD　　オ　BD = BD（共通）　　カ　∠ABD =∠CBD

(2)　［破線枠］の中の証明の続きを書き，証明を完成させなさい。

ただし，［破線枠］の中の①～④に示されている関係を使う場合，番号の①～④を用いてもかまわないものとする。

【千葉県】

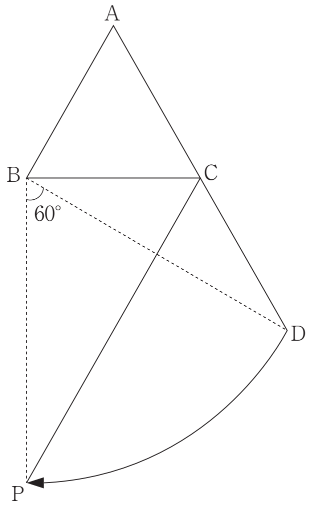
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製·転載を禁止します。

## Step 3

5 右の図のように，正三角形ABCがあり，辺ACの延長上にCD = ACとなる点Dをとる。

また，同じ平面上で，点Bを中心として，Dを矢印の方向に60°回転させた点をPとする。

このとき，AB // CPであることを証明しなさい。

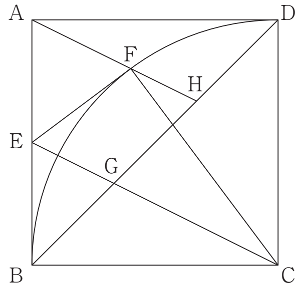



【福島県】

6 右の図のように，正方形ABCDがあり，点Cを中心として，半径BCの円をかく。辺ABの中点をEとし，$\overset{\frown}{BD}$上に点Bと異なる点Fを，EB = EFとなるようにとり，点Cと点E，点Cと点Fをそれぞれ結ぶ。

また，対角線BDと線分CE，対角線BDと直線AFとの交点をそれぞれG，Hとする。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。




(1) ∠BEC =∠FECであることを証明せよ。

(2) BG = GH = HDであることを証明せよ。

【香川県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

〈 ***Note*** 〉

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第22講　相似の証明

## Step 1

1　誠さんは水たまりに映る校舎を見て，三角形の相似を利用して校舎の高さを求めることができないかと考えた。次の〈誠さんが考えた方法〉を読み，①，②に答えなさい。

〈誠さんが考えた方法〉

1　図1のように，水平な地面上で，水たまりに校舎の先端が映って見える位置にまっすぐ立つ。

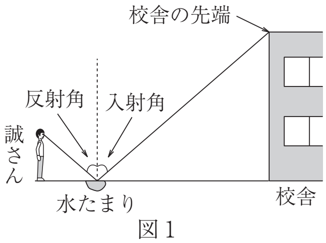


図1

2　図1での位置関係を，模式図で図2のように表す。ただし，各点はそれぞれ次の位置を示す。

点A　校舎の先端
点B　点Aの位置を通り地面に垂直な直線と地面との交点
点C　誠さんから見た水たまりに映った校舎の先端
点D　点Cの位置を通り地面に垂直な直線上の点
点E　誠さんの目
点F　誠さんが立っている地点

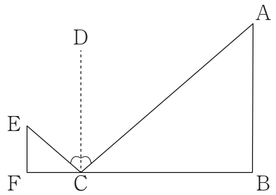


図2

また，3点B，C，Fは同じ直線上にあり，直線AB，DC，EFはいずれも直線BFと垂直である。

3　光の入射角と反射角が等しいことを使って三角形の相似を示し，相似比から校舎の高さABを求める。

①　図2において△ABCと△EFCが相似であることを，次のように証明した。［(ア)］～［(エ)］に適当な数，記号またはことばを書き入れなさい。

> **【証明】**
> △ABCと△EFCにおいて
> ∠ACB ＝ 90° − ∠［(ア)］，∠ECF ＝ 90° − ∠［(イ)］
> 光の入射角と反射角は等しいので∠［(ア)］＝∠［(イ)］
> よって，∠ACB ＝∠ECF……(1)
> また，∠ABC ＝∠EFC ＝［(ウ)］°……(2)
> (1)，(2)から，［(エ)］がそれぞれ等しいので，△ABC ∽△EFC

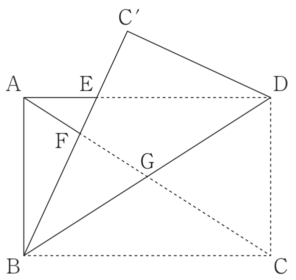
②　EF ＝ 1.5m，FC ＝ 2m，BC ＝ 16mのとき，校舎の高さABを求めなさい。

【岡山県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2　図は，AB < AD である長方形 ABCD を，線分 DB を折り目として辺 BC が AD と交わるように折り曲げたものであり，頂点 C が移った点を C′ とする。E は線分 AD と C′B との交点，F，G はそれぞれ線分 AC と C′B，DB との交点である。

このとき，△AFE ∽△BFG となることを次のように証明したい。




［ a ］にあてはまる記号を書きなさい。また，（ Ⅰ ），（ Ⅱ ）にあてはまる最も適当なものを，下のアからキまでの中からそれぞれ選んで，そのかな符号を書きなさい。

（証明）　△ACD と△BDC′ で，

∠ADC ＝∠BC′D ＝ 90°……①，AC ＝ BD……②，CD ＝ DC′……③

①，②，③から，直角三角形の斜辺と他の 1 辺が，それぞれ等しいので，

△ACD［ a ］△BDC′……④

次に，△AFE と△BFG で，

④より，（ Ⅰ ）な図形では，対応する角の大きさは等しいので，

∠EAF ＝∠GBF……⑤

（ Ⅱ ）は等しいので，

∠AFE ＝∠BFG……⑥

⑤，⑥から，2 組の角が，それぞれ等しいので，

△AFE ∽△BFG

ア　平行　　イ　垂直　　ウ　合同　　エ　対称　　オ　同位角　　カ　錯角　　キ　対頂角

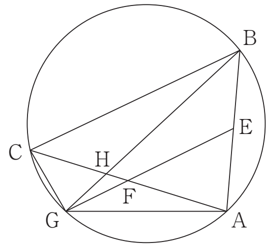
【愛知県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　2

3　右の図のように，3点A，B，Cは円周上にある。△ABCの辺AB，ACの中点をそれぞれE，Fとし，線分EFを点Fの方向に延ばした直線と円との交点をGとする。GとBを直線で結び，辺ACとの交点をHとする。

次の問いに答えなさい。




(1)　△GHF ∽△AHGの証明を完成させなさい。ア，エにはあてはまる**記号**を，イ，ウにはあてはまる**言葉**を，オにはあてはまる**条件**を，それぞれ答えなさい。

証明

△GHFと△AHGにおいて

点E，Fはそれぞれ辺AB，ACの中点なので

［　ア　］∥BC

平行線の［　イ　］は等しいので

∠CBG ＝∠BGE……①

また，$\overset{\frown}{GC}$に対する［　ウ　］は等しいので

∠CBG ＝∠CAG……②

①，②より

∠BGE ＝［　エ　］

よって

∠HGF ＝∠HAG……③

共通な角であるから

∠GHF ＝∠AHG……④

③，④より，［　オ　］から

△GHF ∽△AHG

(2)　AF ＝ 6 cm，HG ＝ 3 cmのとき，HCの長さを求めなさい。

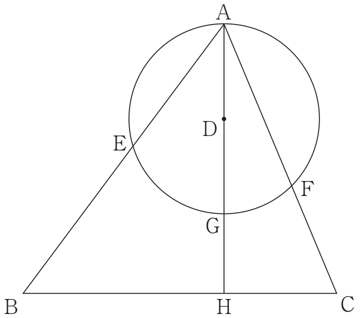
【富山県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

4　右の図は，△ABC の内部に点 D をとり，点 A を通る円 D をかいたものである。

円 D が，辺 AB，AC と交わる点を，それぞれ E，F とし，直線 AD が，点 A 以外に円 D と交わる点，辺 BC と交わる点を，それぞれ G，H とする。

次は，AB : AF ＝ AC : AE が成り立つとき，AH ⊥ BC であることを，〈１〉，〈２〉の順に証明したものである。［(ア)］，［(イ)］及び［　　］に，それぞれあてはまる適切なことがらを書きなさい。




〈証明〉

〈１〉　点 E，F をむすび，△AFE をつくる。

△ABC と△AFE において，

仮定から，AB : AF ＝ AC : AE……①

共通しているから，∠BAC ＝［(ア)］……②

①，②より，［(イ)］ので，△ABC ∽△AFE……③

〈２〉　点 E，G をむすび，△AEG をつくる。

△AHB と△AEG において，

［　　　　　　　　　　　　　　　　］

したがって，∠AHB ＝ 90° なので，AH ⊥ BC

【三重県】

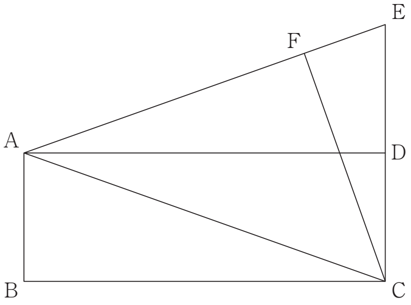
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　3

5　AB = 3 cm, 対角線 AC の長さが 9 cm の長方形 ABCD がある。図のように，辺 CD を延長した直線上に点 E を AC = AE となるようにとる。線分 AE 上に点 F を AF = 7 cm となるようにとり，点 C と点 F を結ぶ。

図において，「△ABC ∽△EFC である」ことを証明せよ。

【福岡県】

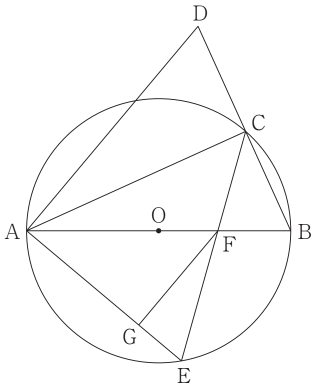



6　右の図のように，線分 AB を直径とする円 O の周上に，2 点 A, B とは異なる点 C を AC ＞ BC となるようにとり，線分 BC の延長上に点 B とは異なる点 D を AB = AD となるようにとる。

また，点 C をふくまない $\overset{\frown}{AB}$ 上に 2 点 A，B とは異なる点 E をとり，線分 AB と線分 CE との交点を F とする。

さらに，線分 AE 上に点 G を AE ⊥ FG となるようにとる。

このとき，三角形 ACD と三角形 FGE が相似であることを証明しなさい。




【神奈川県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

〈 ***Note*** 〉

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第23講　立体図形の計量

## Step 1

1　図1～図3のように，6つの点A，B，C，D，E，Fを頂点とする三角柱ABCDEFがあり，側面はいずれも底面に垂直で，AB = BC = AD = 4 cm，∠ABC = 90°である。このとき，次の問いに答えなさい。

図1

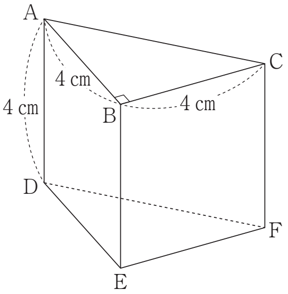



図2

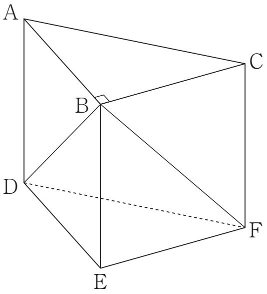
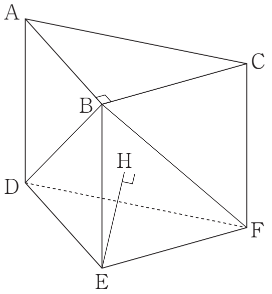



図3




問1　図1の三角柱ABCDEFにおいて，辺ABとねじれの位置にある辺は全部で何本あるか。

問2　三角柱ABCDEFの体積は何 $cm^3$ か。

問3　図2において，∠DBFの大きさは何度か。

問4　図2において，△BDFの面積は何 $cm^2$ か。

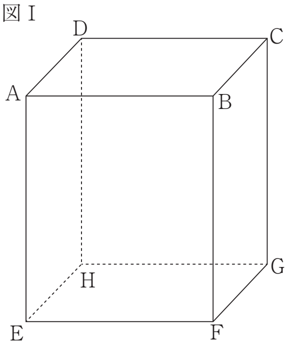
問5　図3のように，点Eから△BDFにひいた垂線と△BDFとの交点をHとする。このとき，線分EHの長さは何cmか。

【長崎県】

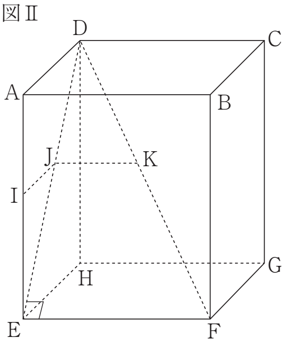
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

2　図Ⅰ，図Ⅱにおいて，立体 ABCD—EFGH は直方体である。次の問いに答えなさい。答えが根号をふくむ形になる場合は，その形のままでよい。

図Ⅰ




図Ⅱ




(1)　図Ⅰにおいて，次のア～カのうち，面 BFGC と垂直な辺はどれですか。すべて選び，記号を書きなさい。

ア　辺 AB　　イ　辺 AD　　ウ　辺 AE　　エ　辺 BF　　オ　辺 FG　　カ　辺 GH

(2)　図Ⅱにおいて，AB = 5 cm，AD = 4 cm，AE = 6 cm である。D と E，D と F とをそれぞれ結ぶ。I は辺 AE 上にあって，A，E と異なる点である。J は I を通り辺 AD に平行な直線と線分 DE との交点である。K は J を通り辺 EF に平行な直線と線分 DF との交点である。このとき，△DEF は∠DEF = 90° の直角三角形である。AI = $x$ cm とし，$0 < x < 6$ とする。

①　△DEF の面積を求めなさい。

②　IJ = JK となるときの $x$ の値を求めなさい。求め方も書くこと。

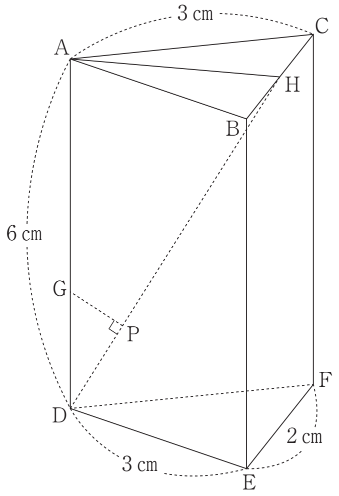
【大阪府】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step 2

3 右の図は，点 A，B，C，D，E，F を頂点とし，3 つの側面がそれぞれ長方形である三角柱で，AC = 3 cm，AD = 6 cm，DE = 3 cm，EF = 2 cm である。点 G は辺 AD 上にあって，AG = 4 cm である。また，点 H は辺 BC の中点であり，点 P は線分 DH 上にあって，∠GPD = 90° である。

このとき，次の各問いに答えなさい。ただし，根号がつくときは，根号のついたままで答えること。




(1) 線分 AH の長さを求めなさい。

(2) 線分 DP の長さを求めなさい。

(3) 三角すい PEFH の体積を求めなさい。

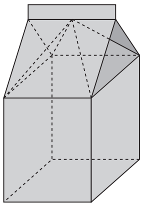
【熊本県】

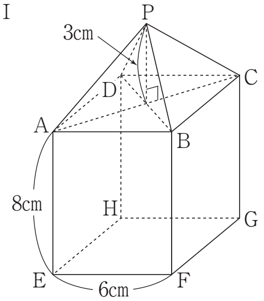
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step 3

4　次のような紙パックがある。図Ⅰは，この紙パックを参考に，正四角錐(すい)と直方体をあわせてつくった立体の紙の容器である。

正四角錐の高さは3cm，直方体の底面EFGHは1辺が6cmの正方形で，その高さを8cmとするとき，後の1〜4の問いに答えなさい。ただし，紙の厚さや容器の変形は考えないものとする。

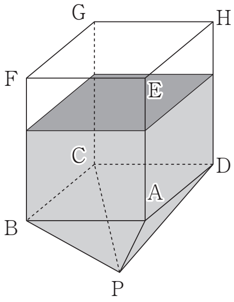


図Ⅰ



1　図Ⅰにおいて，底面EFGHの対角線EGの長さを求めなさい。

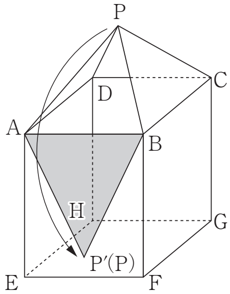
2　図Ⅱは，水平に置いた図Ⅰの容器に，底面EFGHから5.5cmの高さまで水を入れたものを，水が漏(も)れないように上下を反対にし，底面EFGHが水平になるようにしたものである。

このとき，水面から底面EFGHまでの高さを求めなさい。

図Ⅱ


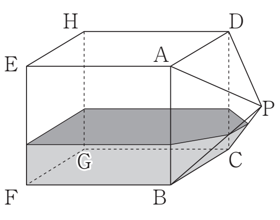

3　図Ⅲは，図Ⅰの容器の辺PA，PBを切り離し，△PABの面を，辺ABを軸として，外側に回転させ，△P′ABの面を直方体の面AEFBにぴったりくっつけたものである。

点Pが点P′まで動いたとき，点Pが動いてできる線の長さを求めなさい。ただし，円周率はπとする。

図Ⅲ



4　図Ⅳは，図Ⅰの容器の面BCGFを下にして水平に置き，この面から2cmの高さまで水を入れたものである。

このとき，はいっている水の体積を求めなさい。

図Ⅳ



【宮崎県】

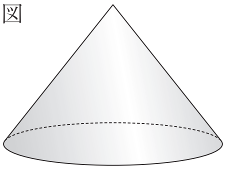
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第 24 講　円錐・球

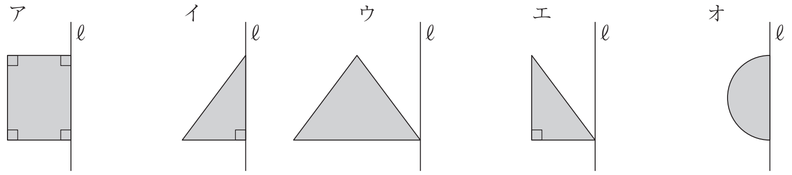
## Step 1

1　図のように，底面の半径が 3 cm で，高さが 4 cm の円錐がある。

図



①　円錐は，ある平面図形を直線のまわりに 1 回転させてできる立体とみることができる。直線 $\ell$ を回転の軸として 1 回転させたとき，円錐ができる図形として正しいものを，次のア～オから 1 つ選び，記号を書きなさい。

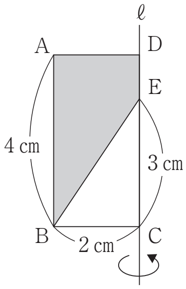



②　図の円錐の体積を求めなさい。ただし，円周率は $\pi$ とする。

③　図の円錐の側面となるおうぎ形の半径と，中心角の大きさを求めなさい。

【長野県】

2　右の図は，AB = 4 cm，BC = 2 cm の長方形 ABCD で，辺 CD 上に点 E を，CE = 3 cm となるようにとったものである。線分 CD を延長した直線 $\ell$ を軸として，色をつけた部分（　　）を 1 回転させてできる立体の体積は何 $cm^3$ か。ただし，円周率は $\pi$ とする。

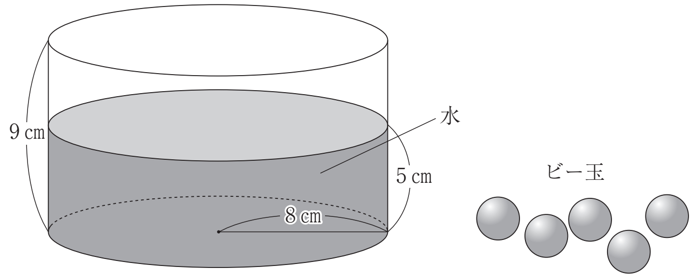



【鹿児島県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

3　底面の半径が 8 cm，高さが 9 cm の円柱の形をした容器を水平な台に置き，下の図のように底から 5 cm の高さまで水を入れた。次の問いに答えなさい。

ただし，円周率は $\pi$ とし，容器の厚さは考えないものとする。




(1)　容器に入っている水の体積を求めなさい。

(2)　この容器に，半径が 1 cm の球の形をしたビー玉を，静かに何個か沈めたところ，水面がちょうど 1 cm 上昇した。沈めたビー玉の個数を求めなさい。

ただし，沈めたビー玉は全体が水中に収まっているものとする。

【山形県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

## Step　2

4　鉄でできた円錐の形をしたおもりがある。図1のようにおもりを倒し，すべらないように平面上を転がしたところ，おもりは5回転して半径10cmの円をちょうど3周した。

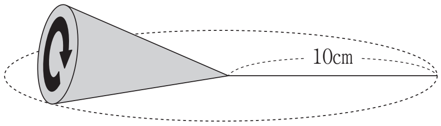


図1

このとき，次の各問いに答えなさい。ただし，円周率は$\pi$とする。

問1　半径10cmの円の円周の長さを求めなさい。

問2　このおもりの底面の半径を求めなさい。

問3　水が入っている円柱の形をした水そうがあり，水の高さは2cmである。ここに図1のおもりを図2のように入れると，水の高さが最初の高さの2倍になった。この水そうの底面の半径を求めなさい。ただし，水そうの厚みは考えないものとする。

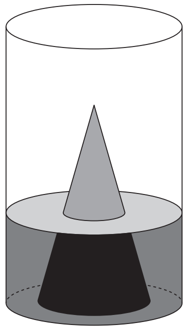
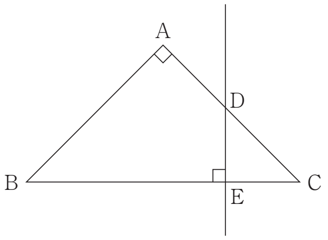


図2

【沖縄県】

5　図で，△ABCはAB = ACの直角二等辺三角形で，Dは辺ACの中点であり，Eは辺BC上の点で，∠DEB = 90°である。
BC = 4cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。




①　線分BEを，直線DEを回転の軸として1回転させてできる図形の面積は何$cm^2$か，求めなさい。

②　四角形ABEDを，直線DEを回転の軸として1回転させてできる立体の体積は何$cm^3$か，求めなさい。

【愛知県】

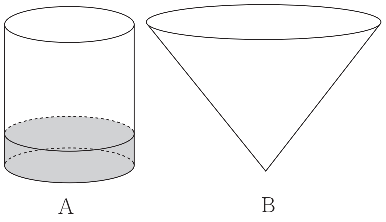
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　3

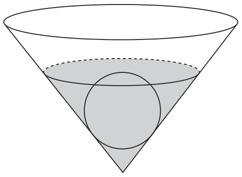
6　図Ⅰで，Aは水が入った円柱の容器，Bは円すい形の空の容器で，A，Bともに底面が水平になるように置いてある。容器Aの水を容器Bにすべて入れ，その中に球の形をしたおもりを入れたところ，図Ⅱのように，ちょうど球が水面にかくれた。

容器Aの底面の半径が5cm，容器Bの底面の半径が9cm，高さがともに12cm，球の半径が3cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。ただし，容器の厚さは考えないものとする。

図Ⅰ




図Ⅱ



①　球の体積は何 $cm^3$ か，求めなさい。

②　図Ⅰの容器Aの水面の高さは何cmか，求めなさい。

【愛知県】



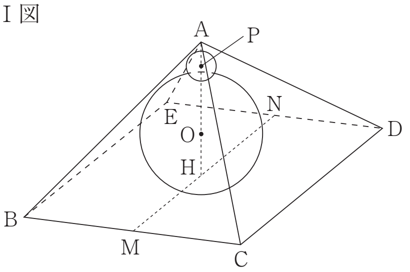
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

7　次のⅠ図のように，底面の１辺が6cm，高さが$\sqrt{7}$cmの正四角錐（すい）A―BCDEがあり，2辺BC，DEの中点をそれぞれM，Nとし，線分MNの中点をHとする。また，線分AH上に２点O，Pがあり，正四角錐の内部に，点Oを中心とする球と点Pを中心とする球がある。

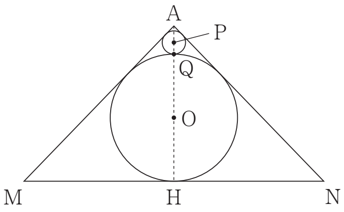
次のⅡ図は，この立体を３点A，M，Nを通る平面で切った切り口を表している。Ⅱ図中の円Oは△AMNの各辺と接していて，円Pは２辺AM，ANと接している。また，２円O，Pは線分AH上の点Qを通り，点Qにおける円Oの接線と円Pの接線は同じ直線である。

このとき，あとの問い(1)～(3)に答えよ。

Ⅰ図




Ⅱ図




(1)　辺ABの長さを求めよ。また，正四角錐の表面積を求めよ。

(2)　点Oを中心とする球の半径を求めよ。

(3)　点Oを中心とする球の体積と点Pを中心とする球の体積の比を最も簡単な整数の比で表せ。

【京都府】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

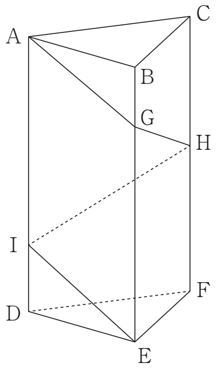
〈 ***Note*** 〉

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第25講　最短距離の問題

## Step　1

1　右の図は，側面がすべて長方形の三角柱 ABC—DEF であり，AB = 4 cm，BC = 3 cm，CA = 5 cm，BE = 12cm である。辺 BE 上に点 G，辺 CF 上に点 H，辺 AD 上に点 I をとり，点 A と点 G，点 G と点 H，点 H と点 I，点 I と点 E をそれぞれ結ぶ。このとき，次の(1)・(2)の問いに答えなさい。



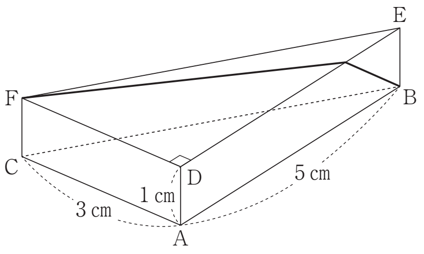

(1)　三角柱 ABC—DEF の表面積を求めよ。

(2)　AG + GH + HI + IE の長さが最小となるとき，その長さを求めよ。

【高知県】

2　右の図のような三角柱がある。

AB = 5 cm，AC = 3 cm，AD = 1 cm，∠EDF = 90° であるとき，次のア，イの問いに答えよ。



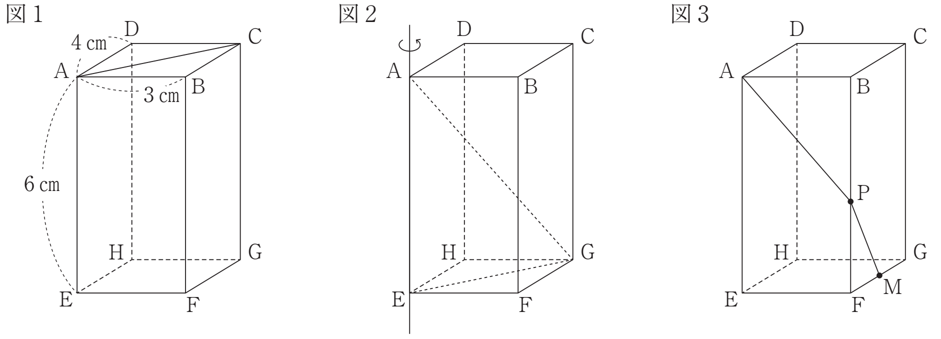

ア　この三角柱の辺のうち，面 ACFD と垂直な辺はどれか。すべて書け。

イ　右の図のように，頂点 F から辺 DE を通って頂点 B まで，三角柱の面に沿って糸を張る。張った糸の長さがもっとも短くなるときの，糸の長さは何 cm か。

【香川県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3　図1～図3のように，AB = 3cm，AD = 4cm，AE = 6cm の直方体 ABCDEFGH がある。このとき，次の問いに答えなさい。




問1　図1において，線分 AC の長さは何 cm か。

問2　直方体 ABCDEFGH の表面積は何 $cm^2$ か。

問3　図2において，△AEG を辺 AE を軸として1回転させてできる円すいの体積は何 $cm^3$ か。

問4　図3のように，辺 FG の中点を M とし，直方体 ABCDEFGH に，頂点 A から辺 BF と交わるように点 M まで糸をかける。かける糸の長さが最も短くなるときの，糸と辺 BF との交点を P とする。このとき，次の(1)，(2)に答えよ。

(1)　線分 AP と線分 PM の長さの比を最も簡単な整数の比で表せ。

(2)　台形 AEFP の面積は何 $cm^2$ か。

【長崎県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

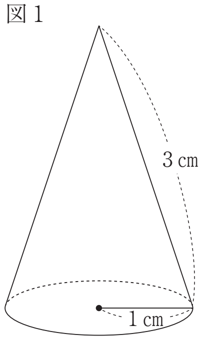
## Step 2

4 右の図１のように，底面の半径が１cm，母線の長さが３cm の円すいがある。

このとき，次の問いに答えなさい。

ただし，円周率は$\pi$とする。

図１

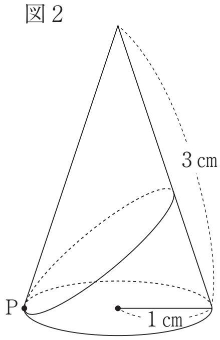



(1) この円すいの体積を求めなさい。

(2) この円すいの表面積を求めなさい。

(3) 右の図２のように，底面の円周上の点Ｐから円すいの側面を１周して，点Ｐまでひもをかける。ひもの長さが最も短くなるときのひもの長さを求めなさい。

図２

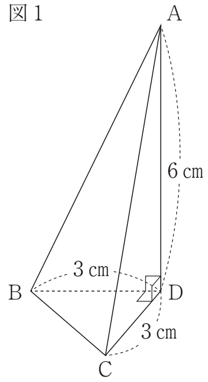



【富山県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

5　図1，図3のように，三角すいABCDがあり，$\angle ADB = \angle ADC = \angle BDC = 90^\circ$，AD = 6 cm，BD = CD = 3 cm である。このとき，次の問いに答えなさい。

図1

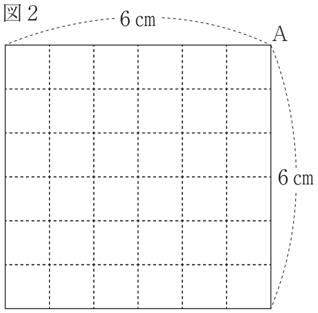



問1　図1において，辺ADとねじれの位置にある辺を答えよ。

問2　三角すいABCDの体積は何 $cm^3$ か。

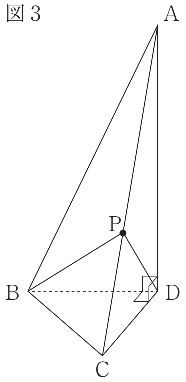
問3　三角すいABCDを辺にそって切り開くと，図2のような1辺が6 cmの正方形になった。このとき，図1の3つの辺AB，BC，CAを図2に実線でかき入れよ。なお，作図の参考となるように，図2には頂点Aと1目もりが縦横それぞれ1 cmの方眼をかき入れている。

図2




問4　図3において，辺AC上を動く点をPとする。2つの線分BP，PDの長さの和BP + PDが最小となるとき，BP + PDの長さは何 cm か。

図3



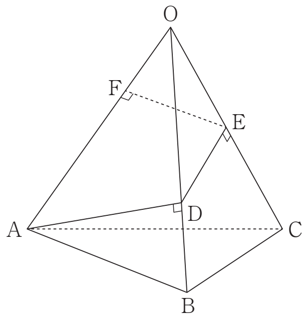

【長崎県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step 3

6　右の図のように, OA = OB = OC = 4 cm, ∠AOB = ∠BOC = ∠COA = 45° の三角すい OABC がある。点 A から辺 OB に垂線 AD をひき，点 D から辺 OC に垂線 DE をひき，点 E から辺 OA に垂線 EF をひく。

このとき，(1)～(4)の各問いに答えなさい。




(1)　線分 OD の長さを求めなさい。

(2)　線分 EF の長さを求めなさい。

(3)　四角形 ACEF の面積を求めなさい。

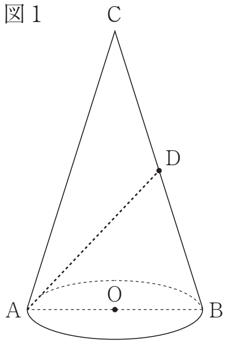
(4)　三角すい OABC に，点 A から点 F まで，辺 OB，辺 OC の順に交わるようにひもをかける。ひもの長さが最も短くなるとき，ひもの長さを求めなさい。

【佐賀県】

7　右の図 1 は，線分 AB を直径とする円 O を底面とし，線分 AC を母線とする円すいであり，点 D は線分 BC の中点である。

AB = 6 cm，AC = 10cm のとき，次の問いに答えなさい。ただし，円周率は $\pi$ とする。

図 1

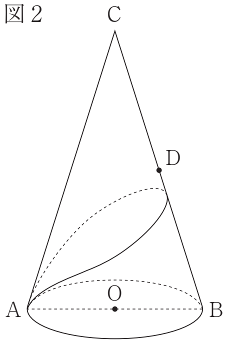



(ア)　この円すいの体積を求めなさい。

(イ)　この円すいにおいて，2 点 A，D 間の距離を求めなさい。

(ウ)　この円すいの表面上に，図 2 のように点 A から線分 BC と交わるように，点 A まで線を引く。このような線のうち，長さが最も短くなるように引いた線の長さを求めなさい。

図 2




【神奈川県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製·転載を禁止します。

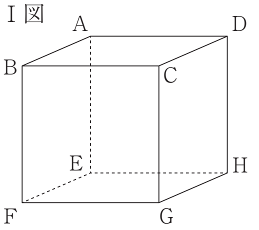
〈 ***Note*** 〉

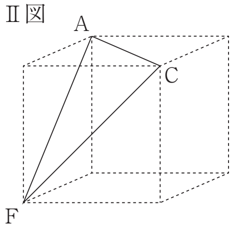
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

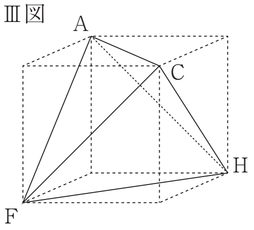
# 第 26 講　立体の切断

## Step 1

1　次のⅠ図のように，1 辺が 6 cm の立方体 ABCD—EFGH がある。
このとき，次の問い(1)・(2)に答えよ。



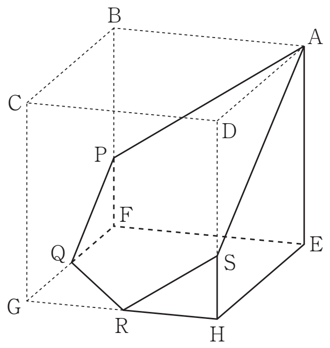




(1)　Ⅰ図の立方体 ABCD—EFGH の 3 つの頂点 A，F，C を結んでできる上のⅡ図のような△AFC の面積を求めよ。

(2)　Ⅰ図の立方体 ABCD—EFGH の 4 つの頂点 A，F，C，H を結んでできる上のⅢ図のような三角錐（すい）AFCH の体積を求めよ。また，Ⅲ図の三角錐 AFCH において，△AFC を底面としたときの高さを求めよ。

【京都府】

2　右の図のように，1 辺の長さが 6 cm の立方体 ABCD—EFGH を，切り口が五角形になるように頂点 A を通る平面で切り，できた 2 つの立体のうち，頂点 E を含むものを立体 X とする。また，切り口の五角形の頂点を順に A，P，Q，R，S とすると，PF ＝ SH ＝ 2 cm で，点 Q と点 R はそれぞれ線分 FG，線分 GH の中点であった。
このとき，次の問い(1)・(2)に答えよ。




(1)　2 点 A，S を通る直線と，2 点 E，H を通る直線との交点を T とするとき，線分 TH の長さを求めよ。また，∠HRT の大きさを求めよ。

(2)　立体 X の体積を求めよ。

【京都府】

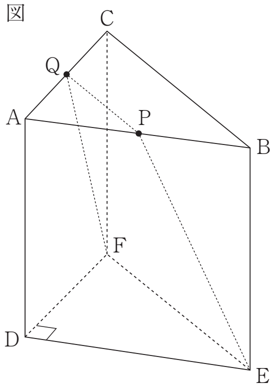
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step 2

3 底面が DE = DF = 6 cm，∠EDF = 90° である直角二等辺三角形で，側面 ADEB と側面 ACFD がともに正方形である三角柱 ABC―DEF において，辺 AB，AC の中点をそれぞれ P，Q とする。この三角柱 ABC―DEF を図のように 4 点 P，Q，F，E を通る平面で切断し，頂点 A を含む立体を X，頂点 B を含む立体を Y とする。

このとき，次の各問いに答えなさい。

図




問 1　辺 EF の長さを求めなさい。

問 2　立体 X において，線分 EP を延長した直線と線分 DA を延長した直線との交点を R とする。

このとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

(1)　線分 AR の長さを求めなさい。

(2)　立体 R―APQ の体積を求めなさい。

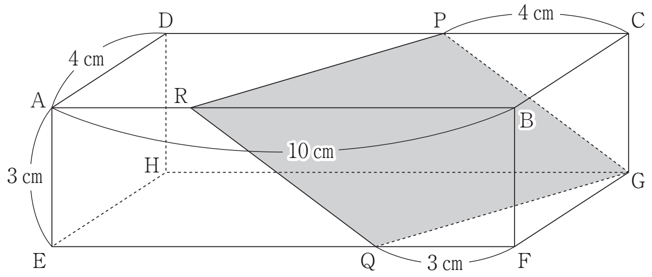
問 3　立体 X と立体 Y の体積の比を，最も簡単な整数の比で表しなさい。

【鳥取県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

4　次の図のように，AB ＝ 10cm，AD ＝ 4 cm，AE ＝ 3 cm の直方体がある。辺 CD 上に CP ＝ 4 cm となる点 P，辺 EF 上に FQ ＝ 3 cm となる点 Q をとる。さらに，辺 AB 上に点 R を 4 点 P，R，Q，G が同じ平面上にあるようにとると，四角形 PRQG は平行四辺形となる。

このとき，(1)～(3)の各問いに答えなさい。




(1)　RQ の長さを求めなさい。

(2)　RB の長さを求めなさい。

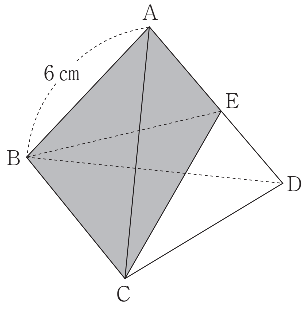
(3)　直方体を平面 PRQG で 2 つの立体に分ける。その 2 つの立体のうち，頂点 A を含む立体の体積を $V_1$，頂点 B を含む立体の体積を $V_2$ とするとき，$V_1 : V_2$ を最も簡単な整数の比で表しなさい。

【佐賀県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　3

5　右の図のように，すべての辺の長さが6cmの正四面体ABCDがあり，辺ADの中点をEとします。この正四面体を3点B，C，Eを通る平面で切ったとき，三角錐ABCEの体積を求めなさい。

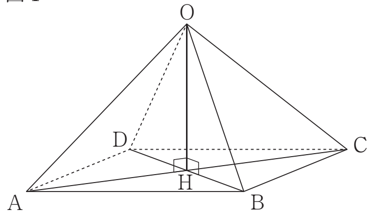



【埼玉県】

6　すべての辺の長さが4cmである正四角錐（すい）OABCDがある。このとき，次の1，2に答えなさい。

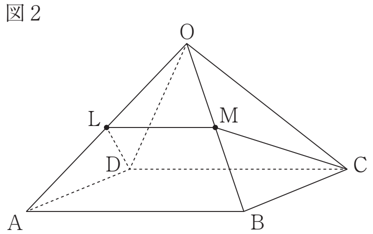
1　図1のように，正四角錐において，底面の正方形ABCDの対角線AC，BDの交点をHとするとき，線分OHは底面の正方形ABCDと垂直である。
　このとき，線分OHの長さを求めなさい。

図1




2　図2のように，正四角錐の辺OA，OBの中点をそれぞれL，Mとし，4点L，M，C，Dを通る平面で正四角錐を切る。
　このときできる立体LMABCDの体積を求めなさい。

図2




【山梨県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第27講　確率（さいころ）

## Step 1

1　次のア～エの文章は，さいころの目の出方について説明したものである。ア～エの中から正しいものをすべて選び，その記号を書きなさい。

ただし，さいころの目の出方は，1，2，3，4，5，6の6通りであり，どの目が出ることも同様に確からしいものとする。

ア．さいころを3000回投げるとき，500回ぐらい6の目が出る。

イ．さいころを60回投げるとき，10回は必ず6の目が出る。

ウ．さいころを6回投げるとき，6の目が1回も出ないこともある。

エ．さいころを1回投げて6の目が出たら，次にこのさいころを投げるときは，6の目が出る確率は $\frac{1}{6}$ より小さくなる。

【三重県】

2　1個のさいころを2回投げる。1回目に出た目の数を十の位の数，2回目に出た目の数を一の位の数として記録し，2けたの整数をつくる。ただし，さいころの目は1から6まであり，どの目が出ることも同様に確からしいとする。このとき，次の(1)～(3)に答えよ。

(1)　このようにしてできる2けたの整数は全部で何通りあるか。

(2)　このようにしてできる2けたの整数が5の倍数である確率を求めよ。

(3)　このようにしてできる2けたの整数の十の位の数が，一の位の数より大きくなる確率を求めよ。

【長崎県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

3　大小２つのさいころを同時に投げるとき，大きいさいころの出る目の数を $x$，小さいさいころの出る目の数を $y$ とする。

このとき，(1)〜(3)の各問いに答えなさい。

(1)　$x + y$ の値が８となる確率を求めなさい。

(2)　$xy$ の値が３の倍数となる確率を求めなさい。

(3)　$\dfrac{x + y}{4}$ の値が整数となる確率を求めなさい。

【佐賀県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　2

4　右の写真のような1から6までの目がある大小2つのさいころを同時に投げる。大きいさいころの出た目の数を2倍した数と小さいさいころの出た目の数の和を $n$ とする。

写真

このとき，次の問い(1)・(2)に答えよ。ただし，それぞれのさいころの1から6までの目の出方は同様に確からしいものとする。

(1)　$n = 12$ となる確率を求めよ。

(2)　$\dfrac{228}{n}$ の値が整数となる確率を求めよ。

【京都府】

5　1つのさいころを2回投げ，1回目に出た目の数を $a$，2回目に出た目の数を $b$ とするとき，$\sqrt{a(b+3)}$ が整数となる確率を求めなさい。

【愛知県】

6　二つのさいころを同時に投げ，出る目の数の和を $a$，出る目の数の積を $b$ とするとき，$a \geqq b$ である確率はいくらですか。1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとして答えなさい。

【大阪府】

7　2つのさいころA, Bを同時に1回投げて, Aのさいころの出た目の数を $a$, Bのさいころの出た目の数を $b$ とする。このとき,「□になる確率は $\dfrac{1}{12}$ である」が成り立つように, □に当てはまる等式を1つ，$a$，$b$ を用いて表せ。

【奈良県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step 3

8　下の図のゲーム盤を使い，【ルール】に従ってゲームを行う。ただし，ゲーム盤の数字はゴールするまでに必要な数を表し，さいころの1から6までの目の出かたは同様に確からしいとする。

（ゲーム盤）

⑬-⑫-⑪-⑩-⑨-⑧-⑦-⑥-⑤-④-③-②-①-ゴール

【ルール】

［1］　スタートの位置をゲーム盤の①～⑬の中から1つ選び，コマを置く。

［2］　2つのさいころを同時に1回投げ，出た目の数の和だけゴールに向かってコマを進める。

［3］　出た目の数の和がゴールまでに必要な数をこえるときは，こえた数だけゴールからもどる。

例えば，スタートの位置を③に選び，出た目の数の和が7のときは，②①ゴール①②③④と進み，ゴールすることができない。このとき，次の問いに答えよ。

(1)　このゲームで，どのような目が出てもゴールすることができないスタートの位置はどこか，①～⑬の中から，すべて答えよ。

(2)　スタートの位置を②，⑤，⑧の3つの中から1つ選ぶとき，どの位置がもっともゴールしやすいか，解答欄の（　　）に②，⑤，⑧のいずれかを書き入れ，言葉や数，式などを使って説明せよ。

（　　）がもっともゴールしやすい。

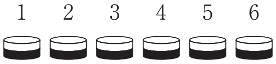
(説明)(　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　)

【福井県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

9 図1のように，片方の面が白，もう片方の面が黒である円形の石が6個あり，左から順に1から6までの番号をつける。この6個の石すべてを白の面を上にして置き，次の操作を2回続けて行うことにした。

図1




〈操作〉

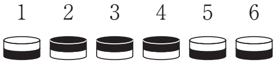
1個のさいころを投げて，出る目の数を $a$ とする。

・$a \leqq 3$ のときは，$a$ 番の石だけを裏返す。

・$a \geqq 4$ のときは，$a$ 番の石と $a$ 番の石より左側にあるすべての石を裏返す。

例えば，1回目に1の目が出て，2回目に4の目が出るとき，図2のようになり，黒の面が上になっている石は3個となる。

図2




① 1回目に5の目が出て，2回目に2の目が出るとき，黒の面が上になっている石は何個となるか求めなさい。

② 黒の面が上になっている石が2個となる確率を求めなさい。

【熊本県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

〈 ***Note*** 〉

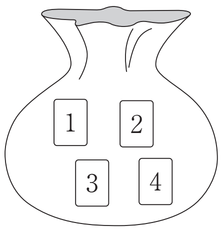


©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第28講　確率（カード・球）

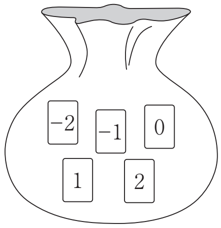
## Step 1

1　右の図のように，1，2，3，4の数字が書かれた4枚のカードが袋の中に入っている。このカードをよくまぜてから2枚同時に取り出すとき，袋の中に残っているカードに書かれている数の和が，取り出したカードに書かれている数の和より大きくなる確率を求めなさい。




【青森県】

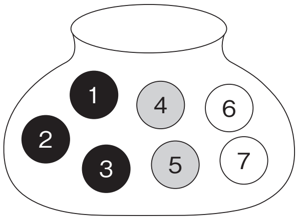
2　右の図のように－2，－1，0，1，2の数が書かれた5枚のカードが袋の中に入っている。このカードをよくまぜてから1枚ずつ2回続けて取り出す。1回目のカードの数を$x$，2回目のカードの数を$y$として，$(x, y)$を座標とする点Pをつくる。このとき，点Pが直線$y=-x$上にある確率を求めなさい。




【青森県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

3　袋には赤玉が3個，黄玉が2個，白玉が2個入っている。それぞれの玉の大きさは同じで，赤玉には1，2，3，黄玉には4，5，白玉には6，7の番号が1つずつ書いてある。袋の中から玉を1個取り出し，色と番号を確認して<u>元に戻す</u>ことを何回か行うとき，次の各問いに答えなさい。




ただし，どの玉を取り出す場合も同様に確からしいとする。

問1　玉を1回取り出したとき，赤玉である確率を求めなさい。

問2　玉を2回取り出したとき，1回目に取り出した玉の数字を十の位の数，2回目に取り出した玉の数字を一の位の数として2けたの整数を作る。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1)　できる2けたの整数は全部でいくつあるか答えなさい。

(2)　できる2けたの整数が奇数で，取り出した玉の色が同じである確率を求めなさい。

【沖縄県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step 2

4　右の図のように，－2，－1，0，1，2の整数が書かれている5枚のカードがある。このとき，次の各問いに答えなさい。

図

| | | |
|---|---|---|
| －2 | －1 | 0 |
| 1 | 2 | |

問1　大山さんが，5枚のカードをよくきってから1枚ひいたとき，そのカードが負の整数である確率を求めなさい。

問2　大山さん，湖山さんの2人が，5枚のカードをよくきってから，この順にそれぞれ1枚ひいたとき，そのカードの整数の積が正の整数となる確率を求めなさい。ただし，ひいたカードは，もとにもどさないものとする。

問3　大山さん，湖山さん，東郷さんの3人が，5枚のカードをよくきってから，この順にそれぞれ1枚ひき，それぞれがひいたカードの整数を $a$，$b$，$c$ とする。このとき，$ac = bc$ となる確率を求めなさい。ただし，ひいたカードは，もとにもどさないものとする。

【鳥取県】

5　袋の中に，赤玉2個，青玉2個，白玉1個の合計5個の玉が入っている。この袋の中から，次の［　　　］の中に示したＡの方法とＢの方法で，玉を取り出す。

> Ａ　1個取り出し，それをもとにもどさずに，続けてもう1個取り出す。
> Ｂ　1個取り出し，色を調べて袋の中にもどしてから，もう一度，1個取り出す。

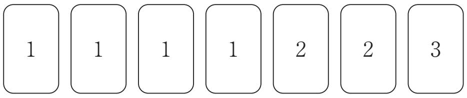
取り出した2個の玉がともに赤玉であるのは，Ａの方法とＢの方法とでは，どちらが起こりやすいか。それぞれの確率を求め，記号で答えなさい。ただし，袋の中から玉を取り出すとき，どの玉が取り出されることも同様に確からしいものとする。

【静岡県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

## Step　3

6⃞　右の図のように，1の数を書いたカードが4枚，2の数を書いたカードが2枚，3の数を書いたカードが1枚，合わせて7枚のカードがある。各問いに答えよ。




(1)　7枚のカードから2枚続けてカードをひく。「1枚目のカードに書かれている数を十の位，2枚目のカードに書かれている数を一の位として2桁の整数をつくるとき，その整数が22以上である」という数量の関係を，1枚目のカードに書かれている数を $a$，2枚目のカードに書かれている数を $b$ として，$a$，$b$ を使った不等式で表せ。

(2)　7枚のカードをよくきってから1枚カードをひき，ひいたカードを戻さずにもう1枚ひく。2枚のカードの組み合わせの出やすさについて，太郎さんと花子さんは［　　　］のように話し合った。なお，1⃞は1の数を書いたカード，2⃞は2の数を書いたカード，3⃞は3の数を書いたカードを示している。

> 太郎：7枚のカードから1枚だけカードをひくなら，1⃞が4枚，2⃞が2枚，3⃞が1枚あるので，1⃞が最も出やすいよ。
>
> 花子：そうだね。1⃞が最も出やすくて，次に2⃞，3⃞の順に出やすいね。それなら2枚ひくとどれとどれの組み合わせが出やすいのかな。
>
> 太郎：やっぱり1⃞が多いので，1⃞と1⃞の組み合わせが最も出やすいよ。
>
> 花子：そうかな。$_{\text{A}}$1⃞と1⃞の組み合わせよりも1⃞と2⃞の組み合わせの方が出やすいのではないかな。だって，1枚目が2⃞のとき，残りのカードの中には1⃞が4枚もあるよ。
>
> 太郎：$_{\text{B}}$1⃞と2⃞の組み合わせよりも1⃞と1⃞の組み合わせの方が出やすいよ。7枚のうち，4枚が1⃞だし，1枚目が1⃞であっても，残り6枚のうち半分が1⃞なんだよ。
>
> 花子：では，どちらが出やすいのか調べてみようよ。

会話中の下線部Aの花子さんの考えと下線部Bの太郎さんの考えでは，どちらが正しいか。確率を使って説明せよ。

(3)　7枚のカードをよくきってから2枚同時にカードをひく。残った5枚のカードを，カードに書かれている数の小さい順に左から並べる。このとき，右端から2番目のカードに書かれている数が2になる確率を求めよ。

【奈良県】

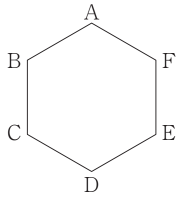
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第29講　確率（図形）

## Step 1

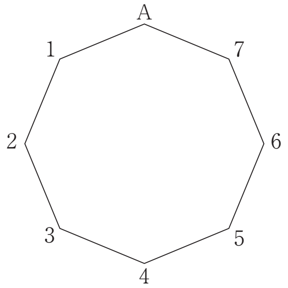
1　図のように，正六角形ABCDEFがある。また，B，C，D，E，Fの文字が書かれたカードがそれぞれ1枚ずつある。

この5枚のカードをよくきって，同時に2枚を取り出すとき，2枚のカードに書かれた文字が表す2つの頂点と頂点Aの3点を結んだ三角形が，直角三角形となる確率を求めなさい。




【愛知県】

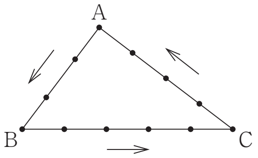
2　右の図のような正八角形があり，1つの頂点にはAが，他の7つの頂点には，1から7までの番号がふられている。1から7までの数字が1つずつ書かれた7枚のカード1，2，3，4，5，6，7から2枚のカードを取り出し，カードに書かれた数字と同じ番号の2点と，点Aの3点を結んで，これらの3点を頂点とする三角形をつくる。このとき，その三角形が直角三角形となる確率を求めよ。ただし，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。




【愛媛県】

3　AB = 3 cm，BC = 5 cm，CA = 4 cmの△ABCがある。右の図のように，△ABCの周上に，頂点から1 cmの間隔で12個の点をとる。2つのさいころを同時に1回投げて出た目の数の和が$a$のとき，△ABCの周上にとった12個の点のうち，頂点Aから左回りに$a$番目の位置にある点をPとする。例えば，$a$が8のとき，点Pは頂点Cと一致する。

2つのさいころを同時に1回投げて，点A，B，Pを結んで直角三角形ができる確率を求めよ。



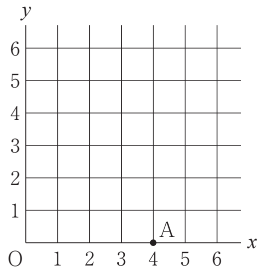

【奈良県】



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　2

4　原点をOとする座標平面上に，点A(4，0)がある。




1から6までの目が出る大小2つのさいころを同時に投げるとき，大，小のさいころの出た目の数を，それぞれ$x$座標，$y$座標の値として，点B($x$，$y$)を座標平面上にかき入れる。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1)　∠OABが直角になる場合は，全部で何通りありますか。

(2)　△OABが鈍角三角形になる確率を求めなさい。

ただし，大小2つのさいころはともに，1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

【宮崎県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

5　次の図１のように，円Ｏの周上に，円周を12等分する点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅ，Ｆ，Ｇ，Ｈ，Ｉ，Ｊ，Ｋ，Ｌがある。

また，図２のように，２つの袋$p$，$q$があり，袋$p$の中にはＢ，Ｃ，Ｄの文字が１つずつ書かれた同じ大きさの３枚のカードが入っており，袋$q$の中にはＦ，Ｇ，Ｈ，Ｉ，Ｊ，Ｋ，Ｌの文字が１つずつ書かれた同じ大きさの７枚のカードが入っている。

袋$p$の中からカードを１枚取り出し，そのカードに書かれた文字と同じ文字の図１の点の位置に点Ｐをとり，袋$q$の中からカードを１枚取り出し，そのカードに書かれた文字と同じ文字の図１の点の位置に点Ｑをとる。

いま，２つの袋$p$，$q$の中からカードをそれぞれ１枚ずつ取り出すとき，あとの問いに答えなさい。ただし，それぞれの袋の中から，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

図１

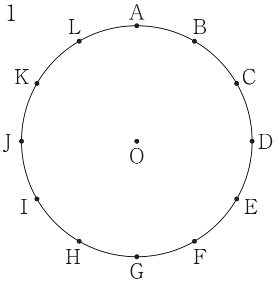
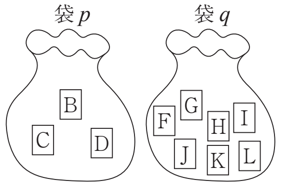



図２




(ア)　線分PQが円Ｏの中心を通る確率を求めなさい。

(イ)　∠APQの大きさが60°以上となる確率を求めなさい。

(ウ)　三角形APQが二等辺三角形となる確率を求めなさい。

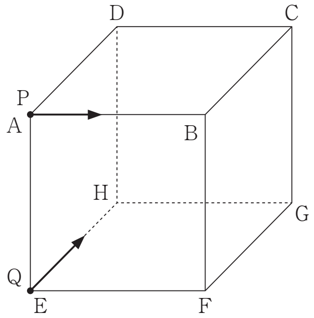
【神奈川県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

## Step　3

6　右の図のように，点 A，B，C，D，E，F，G，H を頂点とする立方体があり，この頂点上を移動する 2 点 P，Q がある。

大小 2 つのさいころを同時に 1 回投げる。点 P は，点 A を出発点として，大きいさいころの出た目の数だけ，→ B → C → D → A → B → C の順に移動し，点 Q は，点 E を出発点として，小さいさいころの出た目の数だけ，→ H → G → F → E → H → G の順に移動する。



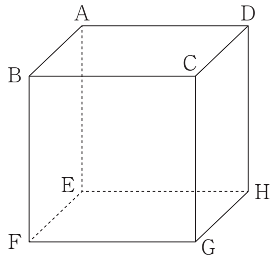

このとき，直線 PQ と直線 CG が，ねじれの位置にある確率を求めなさい。

ただし，さいころを投げるとき，1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

【千葉県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

7　図のような立方体があり，点Ｐはこの立方体の辺上を次の規則にしたがって移動する。




〈規則〉

1　最初，点Ｐは頂点Ａにある。

2　１秒後には，点Ｐは隣り合う頂点のいずれかに移動して止まる。このとき，移動後の頂点は３通りあり，どの場合が起こることも同様に確からしい。

3　１秒ごとに2を繰り返す。

例えば，点Ｐが１秒後に頂点Ｂに止まると，その１秒後には頂点Ａ，Ｃ，Ｆのいずれかに止まる。その経路はそれぞれＡ→Ｂ→Ａ，Ａ→Ｂ→Ｃ，Ａ→Ｂ→Ｆである。

次の問いに答えなさい。

(1)　２秒後に点Ｐが頂点Ａに止まる確率を求めなさい。

(2)　３秒後に点Ｐが頂点Ｇに止まる確率を求めなさい。

(3)　点Ｐが３秒後まで移動するとき，１秒後，２秒後，３秒後に止まる頂点をそれぞれ直線で結んで図形をつくる。このとき，できる図形が三角形になる確率を求めなさい。

(4)　点Ｐが４秒後まで移動するとき，１秒後，２秒後，３秒後，４秒後に止まる頂点をそれぞれ直線で結んで図形をつくる。このとき，できる図形が立体になる確率を求めなさい。

【兵庫県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

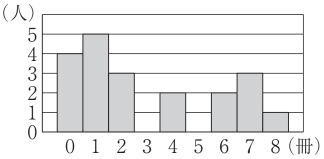
〈 ***Note*** 〉

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第30講　資料の活用

## Step　1

1　ある中学校の1年A組の生徒20人について，6月の1か月間に，図書館から借りた本の冊数を調べた。図は，その結果をグラフに表したものである。次のア～オの中から，このグラフから分かることについて正しく述べたものを2つ選び，記号で答えなさい。




ア　借りた本の冊数が6冊以上の人は，全体の20％である。
イ　借りた本の冊数の平均値は，4.0冊である。
ウ　借りた本の冊数の中央値は，2冊である。
エ　借りた本の冊数の最頻値は，1冊である。
オ　借りた本の冊数の範囲は，5冊である。

【静岡県】

2　右の図は，あるクラス30人全員について，1日の家庭学習時間を度数分布表に整理したものである。この30人の家庭学習時間について，次のア～エで，正しくないものは［　　］である。

ア　階級が2時間以上3時間未満の度数は10人である。
イ　家庭学習時間が3時間以上5時間未満の人は全体の50％である。
ウ　最頻値（モード）は2.5時間である。
エ　平均値は2.9時間である。

| 階級(時間) | 度数(人) |
|---|---|
| 以上　未満 | |
| 0.0～1.0 | 1 |
| 1.0～2.0 | 4 |
| 2.0～3.0 | 10 |
| 3.0～4.0 | 12 |
| 4.0～5.0 | 3 |
| 計 | 30 |

【沖縄県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

3　ある中学校で生徒30人のハンドボール投げの記録を調べた。図は調べた記録を小さいほうから順に並べて書いた用紙の一部であり，表は調べた30人の記録を度数分布表に整理したものである。

図

ハンドボール投げの記録(m)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 8 | 11 | 13 | 14 | 14 |
| 15 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| 18 | 19 | 19 | 20 | 21 |

表

| 距離(m) | 人数(人) |
|---|---|
| 以上　未満<br>5 ～ 10 | 1 |
| 10 ～ 15 | ア |
| 15 ～ 20 | イ |
| 20 ～ 25 | 9 |
| 25 ～ 30 | 6 |
| 30 ～ 35 | 2 |
| 合計 | 30 |

次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

(1)　表中のア，イにあてはまる数を書きなさい。

(2)　表から，最頻値を求めなさい。

(3)　25m以上投げた生徒の相対度数を，四捨五入して小数第2位まで求めなさい。

【岐阜県】

4　生徒の人数が600人の中学校で，無作為に抽出した120人に，「もし将来留学するとしたらどこの国に行きたいですか。」という調査を行った。次の表はその結果である。

この中学校のすべての生徒の中で，「もし将来留学するとしたらDの国に行きたい。」と考えている生徒はおよそ何人と推測されるか，求めなさい。

| 行きたい国 | A | B | C | D | その他の国 | 合計 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 人数（人） | 45 | 12 | 9 | 18 | 36 | 120 |

【愛知県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

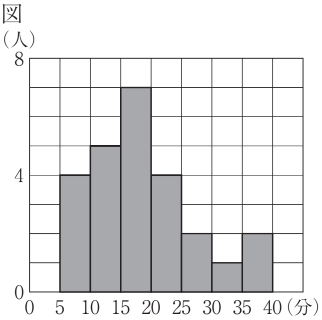
## Step 2

5 表は，ある中学校の3年1組の生徒25人の通学時間を調査してまとめたものである。また，図は，表をヒストグラムに表したものである。このとき，あとの各問いに答えなさい。ただし，通学時間とは，自宅から学校までの片道の時間とする。

表

| 通学時間（分）以上 未満 | 階級値（分） | 度数（人） | 相対度数 | 階級値×度数 |
|---|---|---|---|---|
| 5 ～ 10 | 7.5 | 4 | 0.16 | 30 |
| 10 ～ 15 | 12.5 | 5 | 0.20 | 62.5 |
| 15 ～ 20 | 17.5 | ア | イ | 122.5 |
| 20 ～ 25 | 22.5 | 4 | 0.16 | 90 |
| 25 ～ 30 | 27.5 | 2 | 0.08 | 55 |
| 30 ～ 35 | 32.5 | 1 | 0.04 | 32.5 |
| 35 ～ 40 | 37.5 | 2 | 0.08 | 75 |
| 合計 | —— | 25 | 1.00 | 467.5 |

図




問1　表のア，イにあてはまる数を答えなさい。

問2　表から，3年1組の生徒の通学時間の平均値を求めなさい。

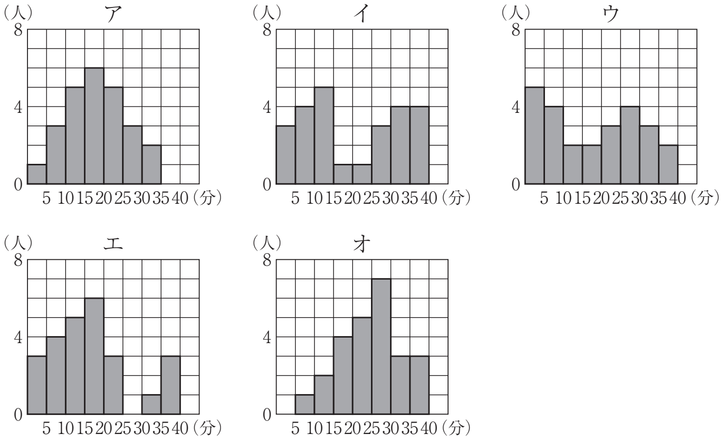
問3　3年2組の生徒25人についても同じ調査をして，ヒストグラムに表したところ，次の①～③がわかった。

① 3年2組は，度数がもっとも多い階級が，3年1組とは異なっている。

② 3年2組は，階級値が37.5分である階級の度数が，3年1組より多い。

③ 3年2組は，中央値がはいっている階級が，3年1組と同じである。

このとき，3年2組のヒストグラムとして適切なものを，下のア～オからひとつ選び，記号で答えなさい。




【鳥取県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

6　右の資料は，ある中学校の陸上部に所属するAさんとBさんの走り幅跳びの記録を度数分布表に整理したものです。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

資料

| 階級（m） | Aさん<br>度数（回） | Bさん<br>度数（回） |
|---|---|---|
| 以上　未満<br>5.20～5.30 | 1 | 3 |
| 5.30～5.40 | 3 | 3 |
| 5.40～5.50 | 4 | 0 |
| 5.50～5.60 | 5 | 6 |
| 5.60～5.70 | 6 | 5 |
| 5.70～5.80 | 2 | 5 |
| 5.80～5.90 | 3 | 2 |
| 5.90～6.00 | 1 | 1 |
| 合計 | 25 | 25 |

(1)　Aさんの5.40m以上5.50m未満の階級の相対度数を小数第2位まで求めなさい。

(2)　この陸上部が，走り幅跳びに各校1名ずつ出場できる大会に参加します。監督が，Aさん，Bさんのうち，良い記録を出すと考えた生徒を選ぶことになりましたが，平均値は2人とも5.59mでした。

このとき，あなたが監督ならば，どちらを選びますか。右の資料をもとにして，Aさん，Bさんのどちらかを選び，その理由を1つ書きなさい。

ただし，理由には，次の語群から用語を1つ選んで用いること。

語群　度数の合計　　回数の割合　　最頻値　　中央値

【岩手県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製·転載を禁止します。

## Step　3

7　次の度数分布表は，ある中学校の男子生徒 100 人のうち，80 人の握力測定結果をまとめたものである。

これについて次の問いに答えよ。

| 握力(kg) | 階級値(kg) | 度数(人) | 相対度数 | 階級値×度数 |
|---|---|---|---|---|
| 以上 未満<br>20～24 | 22 | 2 | □ | 44 |
| 24～28 | 26 | ア | 0.10 | □ |
| 28～32 | 30 | 31 | □ | □ |
| 32～36 | □ | □ | □ | イ |
| 36～40 | 38 | 9 | □ | □ |
| 40～44 | 42 | 5 | □ | 210 |
| 44～48 | 46 | 4 | 0.05 | 184 |
| 計 | | 80 | 1.00 | 2632 |

(1)　表の ア ， イ にあてはまる数を求めよ。

(2)　この 80 人の測定結果の中央値がはいっている階級を答えよ。

(3)　別の日に残りの男子生徒 20 人を測定したところ，全員が 24kg 以上 28kg 未満または 40kg 以上 44kg 未満の階級にはいり，この 20 人を含めた 100 人の度数分布表から求めた平均値はちょうど 32.8kg となった。20 人のうち 24kg 以上 28kg 未満の階級にはいった人数を求めよ。

【福井県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

8　中学生を対象に，平日（月～金曜日）1日あたりのテレビやビデオ・DVDの視聴時間について，アンケート調査を行った。次の1，2の問いに答えなさい。

1　右の表1は，A市のすべての中学2年生5100人の中から200人を無作為に抽出し，アンケート調査を行った結果を度数分布表に表したものである。このとき，次の(1)～(3)の問いに答えよ。

表1

| 階級(分) | 度数(人) |
|---|---|
| 以上　未満<br>0～60 | a |
| 60～120 | 52 |
| 120～180 | 54 |
| 180～240 | 34 |
| 240～300 | b |
| 計 | 200 |

(1)　表1から，60分以上120分未満の階級の相対度数を求めよ。

(2)　視聴時間が120分以上180分未満である中学2年生は，A市全体ではおよそ何人いるか，表1を用いて推定せよ。ただし，十の位を四捨五入した概数で答えよ。

(3)　表1から得られた平均値が135分であるとき，［a］，［b］に適当な数値を入れて度数分布表を完成させよ。

2　次の表2は，ひろしさんとよしこさんが通うB市のC中学校2年生の1組40人と2組40人に対して，アンケート調査を行った結果から得られた視聴時間の平均値を表したものである。また，図1，図2は，その調査結果をヒストグラムに表したものである。

表2，図1，図2を見たひろしさんとよしこさんが次のような会話をした。

表2

| | 平均値(分) |
|---|---|
| 1組 | 126 |
| 2組 | 141 |

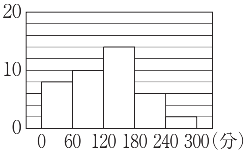
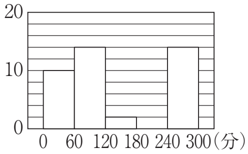
図1
(人)　1組の調査結果



図2
(人)　2組の調査結果



ひろしさん：平均値から2組の生徒の方が視聴時間が長いと思う。

よしこさん：そうとは言えないと思うよ。なぜなら，［　　　　　　］
だから，1組の生徒の方が視聴時間が長いという考え方もできるよ。

ひろしさん：なるほど，そういう考え方もできるね。

会話の中の［　　］に，よしこさんの発言の続きを書き，会話を完成させよ。ただし，根拠となる平均値以外の代表値について，階級を示すこと。

【鹿児島県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

## Step　3　追加

9 次のデータは，ラグビーの試合で，あるチームが 12 試合であげた得点を表している。次の問いに答えなさい。

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 12 | 20 | 30 | 16 | 36 | 36 |
| 25 | 21 | 18 | 36 | 27 | 15 |

（単位　点）

(1) 第 2 四分位数を求めなさい。

(2) 第 1 四分位数を求めなさい。

(3) 第 3 四分位数を求めなさい。

(4) 四分位範囲を求めなさい。

(5) 箱ひげ図を書きなさい。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第 1 講　文字式の証明

## Step 1

1　ア．$a+b+c$　イ．$99a+9b$　ウ．9　エ．$11a+b$

2　ア．$n+1$　イ．$n-1$　ウ．$4n$　エ．4

≪解説≫

ウ．$(n+1)^2-(n-1)^2=(n^2+2n+1)-(n^2-2n+1)=4n$

## Step 2

3　(1) ア．$n+1$　イ．$n+5$　ウ．$n+6$

(2) 下２つの数の積から上２つの数の積をひいた差を $n$ を用いて表すと，$(n+5)(n+6)-n(n+1)=n^2+11n+30-n^2-n=10n+30=10(n+3)$ となり，$n+3$ は整数なので，$10(n+3)$ は 10 の倍数。よって，下２つの数の積から上２つの数の積をひくと，その差は 10 の倍数になる。

≪解説≫

(1) 右上の数は左上の数より１大きいので，$n+1$，また，下に１段下ると数は５増えるので，左下の数は $n+5$，右下の数は，$(n+1)+5=n+6$

## Step 3

4　（証明）整数Ｍの十の位の数を $x$，一の位の数を $y$ とすると，$M=10x+y$，$N=x+y$ と表せる。したがって，$M^2-N^2=(10x+y)^2-(x+y)^2=100x^2+20xy+y^2-x^2-2xy-y^2=99x^2+18xy=9(11x^2+2xy)$　$11x^2+2xy$ は整数だから，$M^2-N^2$ は 9 の倍数である。

5　(1)（理由）Ａさんの証明は，連続する２つの奇数についてのみ示していて，すべての場合を証明できていないから。

(2)（証明）$m$，$n$ を整数とすると，２つの奇数は，$2m+1$，$2n+1$ と表せる。このとき，２つの奇数の積は，$(2m+1)(2n+1)=4mn+2m+2n+1=2(2mn+m+n)+1$　$2mn+m+n$ は整数だから，これは奇数である。よって，２つの奇数の積は奇数である。

≪解説≫

(1) $2n+1$，$2n+3$ は連続する２つの奇数を表している。場合を限定した証明では，すべての場合で正しいとはいえない。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第 2 講　平方根の性質

## Step 1

1　(誤っているものは)イ　(下線部を書き直すと)9

≪解説≫

イ：$\sqrt{(-9)^2} = \sqrt{81} = 9$

2　(1) 6, 7　(2) 2, 3, 4　(3) 13(個)

≪解説≫

(1) $\sqrt{5} < \sqrt{a} < 2\sqrt{2}$ より，$\sqrt{5} < \sqrt{a} < \sqrt{8}$　よって，$5 < a < 8$ だから，$a = 6$, 7

(2) $1 < \sqrt{2} < 2$, $4 < \sqrt{19} < 5$ なので，$x = 2$, 3, 4

(3) $\sqrt{9} < \sqrt{\dfrac{n}{2}} < \sqrt{16}$ なので，$9 < \dfrac{n}{2} < 16$ となり，$18 < n < 32$　これを満たす自然数 $n$ の個数は，19 から 31 までの 13 個。

3　(1) $(a =)$ 2　(2) 0.45

≪解説≫

(1) $6 \div \sqrt{3} = \dfrac{6}{\sqrt{3}} = \dfrac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$ だから，$a = 2$

(2) $\dfrac{1}{\sqrt{5}} = \dfrac{1 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}}{5} = \dfrac{2.236}{5} = 0.4472$　小数第 3 位を四捨五入して，0.45。

## Step 2

4　(1) $(n =)$ 7　(2) $(n =)$ 15

≪解説≫

(1) 根号の中の数を素因数分解したとき，すべての素数が偶数乗になればよい。$28 = 2^2 \times 7$ なので，もっとも小さい $n$ は，$n = 7$

(2) 根号の中の数を素因数分解したとき，すべての素数が偶数乗になればよい。分母の 5 を消すために，$n$ は 5 の倍数でなければならない。また，$48 = 2^4 \times 3$ より，3 を 2 乗にするために，$n$ は 3 の倍数でなくてはならない。よって，最も小さい自然数 $n$ は，$n = 5 \times 3 = 15$

5　(1) 4　(2) 1

≪解説≫

(1) $3\sqrt{2} = \sqrt{18}$　$4^2 < 18 < 5^2$ より，$\sqrt{4^2} < \sqrt{18} < \sqrt{5^2}$　よって，$4 < \sqrt{18} < 5$ だか

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

ら，$3\sqrt{2}$ の整数部分は4。

⑵ $\sqrt{9}<\sqrt{10}<\sqrt{16}$ より，$3<\sqrt{10}<4$　これより，$\sqrt{10}$ の整数部分は3だから，$a=\sqrt{10}-3$ となる。よって，$a(a+6)=(\sqrt{10}-3)(\sqrt{10}-3+6)=(\sqrt{10}-3)(\sqrt{10}+3)=(\sqrt{10})^2-3^2=10-9=1$

## Step　3

**6** ⑴ 4（組）　⑵（$n=$）7

≪解説≫

⑴ $\sqrt{\dfrac{1000}{ab}}=\sqrt{\dfrac{2^3\times5^3}{ab}}$ より，$\sqrt{\dfrac{1000}{ab}}$ が自然数になる $ab$ の値は，$2\times5$，$2^3\times5$，$2\times5^3$，$2^3\times5^3$ のいずれか。これより，1けたの自然数 $a$，$b$ の組は，$ab=2\times5=10$ のとき，$(a,\ b)=(2,\ 5)$，$(5,\ 2)$ の2組。$ab=2^3\times5=40$ のとき，$(a,\ b)=(8,\ 5)$，$(5,\ 8)$ の2組。$ab=2\times5^3=250$，$ab=2^3\times5^3=1000$ のときは，条件を満たす $a$，$b$ の組はない。よって，$2+2=4$（組）

⑵ $\dfrac{\sqrt{50-2n}}{3}=m$ とすると，$3m=\sqrt{50-2n}$　この両辺を2乗すると，$9m^2=50-2n$ より，$2n=50-9m^2$ となり，$n=\dfrac{50-9m^2}{2}$　$m$，$n$ ともに自然数なので，$m$ に1から順に自然数をあてはめていくと，$m=1$ のとき，$n=\dfrac{50-9\times1^2}{2}=\dfrac{41}{2}$ で適さない。$m=2$ のとき，$n=\dfrac{50-9\times2^2}{2}=7$ で適する。$m=3$ のとき，$n=\dfrac{50-9\times3^2}{2}=-\dfrac{31}{2}$ となり，$m\geqq3$ のとき $n$ は負の数になるので，$m\geqq3$ では適するものはない。

よって，$n=7$

**7** ⑴（［10］の裏）3　ア．5　イ．9　⑵（$m=$）13

≪解説≫

⑴ $\sqrt{3^2}<\sqrt{10}<\sqrt{4^2}$ より，$3<\sqrt{10}<4$　よって，$\sqrt{10}$ の整数部分は3。また，$\sqrt{x}$ の整数部分が4となる整数 $x$ について，$4\leqq\sqrt{x}<5$ が成り立つ。各辺を2乗すると，$16\leqq x<25$ だから，これを満たす $x$ は，16から24の整数で，9個ある。

⑵ 裏に整数 $m$ が書かれているカードの表の整数を $x$ とすると，$m\leqq\sqrt{x}<m+1$ が成り立つ。各辺を2乗して，$m^2\leqq x<(m+1)^2$　これを満たす $x$ が27個あることから，$(m+1)^2-m^2=27$　整理して，$2m=26$ より，$m=13$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第３講　数の規則性

## Step 1

1　1. 66　2. $14n - 4$（分）

≪解説≫

1. 出し物にかかる時間が，$10 \times 5 = 50$（分）　入れ替えにかかる時間が，$4 \times (5 - 1) = 16$（分）だから，全部で，$50 + 16 = 66$（分）

2. $n$ クラスが出し物を行うとき，入れ替えは$(n - 1)$回あるから，全部で，$10n + 4(n - 1) = 14n - 4$（分）　**【別解】**1 クラスの場合 10 分で，その後 1 クラス増えるごとに 14 分ずつ増えるので，$10 + 14 \times (n - 1) = 14n - 4$（分）

2　120（個）

≪解説≫

1 番目は 1 個，2 番目は，$1 + 2 = 3$（個），3 番目は，$1 + 2 + 3 = 6$（個），4 番目は，$1 + 2 + 3 + 4 = 10$（個），…となっているから，15 番目は 1 から 15 までの自然数の和となり，$(1 + 15) \times 15 \times \frac{1}{2} = 120$（個）と計算できる。

## Step 2

3　① 7　② $2n - 1$　③ $n^2$

≪解説≫

①・② 加えるタイルの数は，1 個，3 個，5 個，…と 2 個ずつ多くなっていくので，4 番目は 7 個。また，$n$ 番目に加えるタイルの数は，$1 + 2 \times (n - 1) = 2n - 1$（個）

③ $n$ 番目には縦に $n$ 個，横に $n$ 個ずつタイルが並んでいるので，$n$ 番目のタイルの総数は，$n \times n = n^2$

4　(1) 9（個）　(2) 36　(3) 58　(4) 12（列目）5（番目）

≪解説≫

(1) 1 列目が 1 個，2 列目が 3 個，3 列目が 5 個，4 列目が 7 個，…と 2 個ずつ増えているから，5 列目は 9 個。

(2) それぞれの列の左端の数を見ると，1 列目は 1（$= 1^2$），2 列目は 4（$= 2^2$），3 列目は 9（$= 3^2$），…となっているので，6 列目の左端の数は，$6^2 = 36$

(3) 8 列目の左端の数は，$8^2 = 64$ で，左から 7 番目の数はそれよりも 6 小さい。よって，$64 - 6 = 58$

(4) $11^2 = 121$，$12^2 = 144$ より，11 列目の左端の数が 121 で，12 列目の左端の数が 144

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製·転載を禁止します。

なので，140 は 12 列目にある。よって，140 は 144 より 4 小さいので，12 列目の，$1 + 4 = 5$（番目）とわかる。

## Step 3

5 (1) 12 (2) 39 (3) ① $2a - 3$ ② $(a =)\ 32$ $(b =)\ 29$

≪解説≫

(1) 表の上段で，左端から偶数番目にある数は，それまでに並んでいる自然数の個数を表している。7 番目の表の上段で，右端から 2 番目は，左端から 6 番目だから，求める数は，$2 \times 6 = 12$

(2) 10 番目の表の上段で，右端の数は，$2 \times 10 = 20$　求める値は，10 番目の右端の上下段の和となるから，$19 + 20 = 39$

(3)① $a$ は偶数だから，$a$ 番目の表の上段で，右端にある数は $2a$。よって，右端から 2 番目にある数は，$2a - 3$

② $b$ が 3 以上の奇数のとき，$b - 1$ は偶数だから，$b$ 番目の表の上段で，右端から 2 番目，つまり左端から $(b - 1)$ 番目にある数は，$2(b - 1)$　したがって，$(2a - 3) - 2(b - 1) = 5$ より，$a - b = 3$ だから，$a$ 番目の表の右端 3 列分，計 6 マスに並べられた数の和が 369 ということになる。よって，$(2a - 5) + (2a - 4) + (2a - 3) + (2a - 2) + (2a - 1) + 2a = 369$　これを解くと，$a = 32$ となり，$b = a - 3 = 32 - 3 = 29$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第 4 講　図形の規則性

## Step 1

1　ア．27 (本)　イ．$5n + 2$ (本)

≪解説≫

ア．前の図形に横 3 本，縦 2 本のあわせて 5 本の棒を加えると次の図形になる。1 番目の図形に使われている棒は 7 本なので，5 番目の図形をつくるには，1 番目の図形に，$5 \times (5 - 1) = 20$ (本)の棒を加えればよい。よって，必要な棒の本数は，$7 + 20 = 27$ (本)

イ．アと同様に考えると，$n$ 番目の図形をつくるには，1 番目の図形に $5(n - 1)$ 本の棒を加えればよい。よって，必要な棒の本数は，$7 + 5(n - 1) = 5n + 2$ (本)

2　(1) 48 ($cm^2$)　(2) $2n^2 + 4n$ ($cm^2$)

≪解説≫

(1) 底面が 1 辺 4 cm の正方形で，高さが 1 cm の直方体になるから，底面積は，$4 \times 4 = 16$ ($cm^2$)，側面積は，$(1 \times 4) \times 4 = 16$ ($cm^2$)　よって，表面積は，$16 \times 2 + 16 = 48$ ($cm^2$)

(2) 底面が 1 辺 $n$ cm の正方形で，側面が，たて 1 cm，横 $n$ cm の長方形だから，底面積は，$n \times n = n^2$ ($cm^2$)，側面積は，$(1 \times n) \times 4 = 4n$ ($cm^2$)　よって，表面積は，$n^2 \times 2 + 4n = 2n^2 + 4n$ ($cm^2$)

## Step 2

3　1．18 (cm)　2．(1) 66 (cm)　(2) $16n + 2$ (cm)　3．140 (cm)

≪解説≫

1．図 2 の図形の横の長さの和は，$6 \times 2 = 12$ (cm)　図 2 の図形のたての長さの和は，$3 \times 2 = 6$ (cm)　これらを合わせると，$12 + 6 = 18$ (cm)

2．(1) 図 2 の図形を 2 個つなげたとき周囲の長さの和は，16cm 増えるので，$18 + 16 = 34$ (cm)　以後，図形を 1 つ増やすと同様に 16cm ずつ周囲の長さは増えるので，図形 4 個の周囲の長さの和は，$18 + 16 \times 3 = 66$ (cm)　(2) (1)と同じように考えると，$18 + 16 \times (n - 1) = 16n + 2$ (cm)

3．（A，B，C，C，B，A）の 6 個ずつに区切って考えると，（A，B，C，C，B，A）の図形 1 個には B が 2 個使われているので，10 個目の B を並べたときにできる図形は，（A，B，C，C，B，A）の図形が 4 個と（A，B，C，C，B）の図形が 1 個となる。ここで，（A，B，C，C，B，A）の左端の A の左側の一辺と，右端の A の右側の一辺を抜い



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

た長さを考えると，$12 \times 2 + 4 = 28$ (cm)　また，最後の（A，B，C，C，B）の左端のAの左側の一辺を抜いた長さを考えると，$11 \times 2 + 5 = 27$ (cm)　図形全体の左端のAの左側の一辺を考えて周囲の長さの和を求めると，$1 + 28 \times 4 + 27 = 140$ (cm)

## Step　3

**4**　(1) 28 (個)　(2) 18 (番目)　(3) 2601 (個)

≪解説≫

(1) 7 番目の図形の石の総数は，$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$ (個)

(2) 2，4，6 番目など偶数番目に注目すると，黒石の個数は 2，6，12，…となり，三角数 1，3，6…の 2 倍になっていることがわかる。ここで，$1 + 2 + \cdots + 9 = 45$ だから 45 は 9 番目の三角数，つまり，$45 \times 2 = 90$ は，$9 \times 2 = 18$ (番目)に登場する。

(3) 101 番目の白石の個数は 102 番目と等しい。ここで，2，4，6 番目など偶数番目に注目すると，白石の個数は 1，4，9，…となり，四角数になっていることがわかる。つまり，$102 \div 2 = 51$ (番目)の四角数を求めればよい。よって，$51^2 = 2601$ (個)

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製·転載を禁止します。

# 第 5 講　1次方程式

## Step 1

**1** (1) $(a=)\ 4$　(2) $(a=)\ 7$　(3) $(a=)\ 3$

≪解説≫

(1) 一次方程式に $x=3$ を代入して，$9\times3-3=3a+12$ より，$3a=12$　よって，$a=4$

(2) 方程式に，$x=-2$ を代入して，$-2a-3(a-2)\times(-2)=8-4\times(-2)$　整理して，$4a=28$ より，$a=7$

(3) 方程式に，$x=5$ を代入して，$\frac{4-10}{3}+2a=\frac{25-3a}{4}$　両辺を 4 倍すると，$-8+8a=25-3a$ より，$11a=33$　よって，$a=3$

**2** ウ

≪解説≫

$2x-3y=6$ に $x$，$y$ の値を代入して，左辺＝右辺になるものを選ぶ。よって，ウ。

## Step 2

**3** ① ア　② 150

≪解説≫

（充電式電池代）＋（充電器代）＋（充電にかかる電気代）は，$270+2700+0.2a=0.2a+2970$（円）　これが 1 本 20 円の乾電池 $a$ 本の代金と等しくなるとき，$0.2a+2970=20a$ が成り立つ。これを解いて，$a=150$

**4** ① $6x+26=7x-4$　② 30　③ 206　④ $\frac{y-26}{6}=\frac{y+4}{7}$

≪解説≫

あめの個数を 2 通りに表し方程式をつくると，$6x+26=7x-4$……①　これを解いて，$x=30$……②　よって，子どもの人数は 30 人，あめの個数は，$6\times30+26=206$（個）……③　また，子どもの人数を 2 通りに表し方程式をつくると，$\frac{y-26}{6}=\frac{y+4}{7}$……④

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　3

5 ⑴（例）容器Aの高さを $x$ cmとする。$10 \times 14 \times x \times \left(\frac{4}{7} - \frac{3}{7}\right) = 10 \times 10 \times 2$

⑵（容器Aの高さ）10 (cm)　（容器Bの高さ）6 (cm)

≪解説≫

⑵ ⑴より，$20x = 200$ となり，$x = 10$　また，容器Bの満水の水は，容器Aの高さの $\frac{3}{7}$ まで入ったから，その体積は，$10 \times 14 \times 10 \times \frac{3}{7} = 600$ (cm$^3$)　よって，容器Bの高さは，$600 \div (10 \times 10) = 6$ (cm)

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第 6 講　1 次方程式の文章題

## Step 1

1　5 (分間)

≪解説≫

家から学校までかかった時間は，30 − 5 = 25 (分間) なので，太郎さんが走った時間を $x$ 分間とすると，歩いた時間は $(25 - x)$ 分。よって，進んだ距離について，$70(25 - x) + 120x = 2000$ が成り立つので，整理して，$50x = 250$ より，$x = 5$

2　(分速) 75 (m)

≪解説≫

B 君の歩いた速さを分速 $x$ m とする。2 人が初めて出会うまでに，A 君が歩いた距離は，$60 \times (10 + 20) = 1800$ (m)，B 君が A 君と反対回りに歩いた距離は，$20x$ m で，遊歩道は 1 周 3300m。よって，$1800 + 20x = 3300$ が成り立つ。これを解くと，$20x = 1500$ より，$x = 75$

## Step 2

3　2800 (円)

≪解説≫

T シャツ 1 枚の定価を $x$ 円とすると，白色の T シャツ 2 枚の代金は，$x + (x - 980) = 2x - 980$ (円)，黄色の T シャツ 3 枚の代金は，$\left(1 - \frac{45}{100}\right)x \times 3 = \frac{33}{20}x$ (円)　これらが等しいことから，$2x - 980 = \frac{33}{20}x$ が成り立つ。両辺を 20 倍して整理すると，$7x = 19600$ よって，$x = 2800$

4　4500 (円)

≪解説≫

定価の 3 割引きは，$x \times \left(1 - \frac{3}{10}\right) = \frac{7}{10}x$ (円) と表せるので，靴の売り値について，$\frac{7}{10}x - 150 = \frac{2}{3}x$ が成り立つ。両辺を 30 倍して，$21x - 4500 = 20x$　よって，$x = 4500$

5　96 (人)

≪解説≫

収穫したじゃがいもの数について方程式を立てると，$\frac{1}{3}x \times 8 + \frac{2}{3}x \times 3 = 4x + 64$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

整理して，$8x + 6x = 12x + 192$ より，$2x = 192$　よって，$x = 96$

## Step 3

6 ⑴ 沼津（IC から）川崎（IC まで）　⑵ ㋐（例）高速道路を利用する距離を $x$ km とすると，

$\dfrac{x}{70} + \dfrac{165 - x}{30} = 3.5$　㋑ 富士（IC から）横浜青葉（IC まで）

≪解説≫

⑴ 3000 円以内で区間距離が最も長い区間の高速道路を利用すればよい。よって，料金表より，沼津 IC から川崎 IC まで利用すればよいことがわかる。

⑵ ㋐ 高速道路を利用する距離を $x$ km とすると，高速道路を利用した時間は $\dfrac{x}{70}$ 時間，一般道路を利用した時間は，$\dfrac{165 - x}{30}$ 時間となる。このとき，全体で，12 時－ 8 時 30 分＝ 3 時間 30 分＝ 3.5 時間かかるので，$\dfrac{x}{70} + \dfrac{165 - x}{30} = 3.5$ が成り立つ。㋑ ㋐でつくった方程式を解くと，$x = 105$ だから，高速道路を 105km 以上利用すると，正午までに目的地に着くことができる。料金表から，区間距離が 105km 以上で最も料金の安い区間を求めると，富士 IC から横浜青葉 IC となる。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第 7 講　連立方程式

## Step 1

1　(1) ($a$ ＝) 3　($b$ ＝) 2　(2) ($a$ ＝) 1　($b$ ＝) − 1

≪解説≫

(1) 与式を順に①，②とする。①に $x = 5$，$y = -4$ を代入して，$5a - (-4) = 19$ より，$5a = 15$ となり，$a = 3$　これと $x = 5$，$y = -4$ を②に代入すると，$3 \times 5 - 4b = 7$ となり，$-4b = -8$　よって，$b = 2$

(2) 与式に，$x = 3$，$y = -1$ を代入すると，$\begin{cases} 6a + b = 5 \cdots\cdots ㋐ \\ 3a + 4b = -1 \cdots\cdots ㋑ \end{cases}$　㋐−㋑× 2 より，$-7b = 7$　よって，$b = -1$　これを㋐に代入すると，$6a - 1 = 5$ より，$6a = 6$　よって，$a = 1$

2　($a$ ＝) 7　($x$ ＝) 9　($y$ ＝) 3

≪解説≫

与式を順に①，②とする。$x : y = 3 : 1$ より，$x = 3y$　これを①に代入して，$3y - y = 6$ より，$y = 3$　よって，$x = 3 \times 3 = 9$　一方，②に $x = 9$，$y = 3$ を代入して，$2 \times 9 + 3 = 3a$ より，$3a = 21$ となるから，$a = 7$

## Step 2

3　$\begin{cases} x + y = 39 \\ y = 2x + 3 \end{cases}$　ア．12　イ．27

≪解説≫

男女合わせて 39 人なので，$x + y = 39 \cdots\cdots ①$　女子は男子の 2 倍より 3 人多いので，$y = 2x + 3 \cdots\cdots ②$　②を①に代入して，$x + 2x + 3 = 39$　よって，$3x = 36$ より，$x = 12$　これを②に代入して，$y = 2 \times 12 + 3 = 27$

4　ア．$\begin{cases} 150x + 100y = 2300 \\ \dfrac{1}{2}x + y = 13 \end{cases}$

イ．（ビーフシチュー）10（人分）（肉じゃが）8（人分）

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

≪解説≫

ア．牛肉とじゃがいもの１人分の分量は右表のようになるので，牛肉の重さの合計について，$150x + 100y = 2300$……①，じゃがいもの個数の合計について，$\frac{1}{2}x + y = 13$……②が成り立つ。

| | ビーフシチュー | 肉じゃが |
|---|---|---|
| 牛肉 | 150g | 100g |
| じゃがいも | $\frac{1}{2}$ 個 | １個 |

イ．①÷ 50 より，$3x + 2y = 46$……③　②× 2 より，$x + 2y = 26$……④　③－④より，$2x = 20$　よって，$x = 10$　これを④に代入して，$10 + 2y = 26$ より，$y = 8$

## Step　3

**5** (1) ① 5　② 42　（説明）A は，7 + 5 = 12 (勝) したことになり，引き分けが，4 + 2 = 6 (試合) だから，勝ち点は，3 × 12 + 1 × 6 = 42 (点) になる。

(2) (B が C に勝った試合数) 7 (試合)　(B と C が引き分けた試合数) 2 (試合)

≪解説≫

(1) 3 チームがお互いに 15 試合ずつ対戦しているので，①にあてはまる数は，15 －(8 + 2) = 5

(2) B が勝ったのは，$(4 + x)$試合で，引き分けたのは，$(4 + y)$試合になるので，B の勝ち点について，$3(4 + x) + 4 + y = 39$……(i)が成り立つ。また，C は B に，$(15 - x - y)$勝したことになるので，C が勝ったのは，$8 + (15 - x - y)$(試合)で，引き分けたのは，$(2 + y)$試合になる。これより，C の勝ち点について，$3(8 + 15 - x - y) + 2 + y = 46$……(ii)が成り立つ。(i)より，$3x + y = 23$……(iii)　(ii)より，$-3x - 2y = -25$……(iv)　(iii)+(iv)より，$-y = -2$　よって，$y = 2$　これを(iii)に代入して，$3x + 2 = 23$ より，$x = 7$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第 8 講　連立方程式の文章題

## Step 1

1 （歩いた時間）25（分）（走った時間）6（分）

≪解説≫

時間の合計より，$x + y = 31$……①　道のりの合計より，$60x + 150y = 2400$……②　②÷ 30 より，$2x + 5y = 80$……③　③−①× 2 より，$3y = 18$　よって，$y = 6$　これを①に代入して，$x + 6 = 31$ より，$x = 25$

2 （学校からユリさんの自宅までの道のり）780（m）

（ユリさんの自宅から図書館までの道のり）2100（m）

≪解説≫

学校からユリさんの自宅までを $x$ m，ユリさんの自宅から図書館までを $y$ m とする。ひろ子さんが学校から図書館まで行くのにかかった時間が 32 分だから，ひろ子さんの歩いた道のりは，$60 \times 32 = 1920$（m）　よって，$x + y = 1920 + 960$ より，$x + y = 2880$……①　また，ユリさんが学校から図書館まで行くのにかかった時間は，$32 - 12 = 20$（分）だから，$\frac{x}{60} + \frac{y}{300} = 20$……②　①，②を連立方程式として解くと，$x = 780$，$y = 2100$

## Step 2

3 （兄）127（冊）（妹）63（冊）

≪解説≫

兄と妹が最初に持っていた本をそれぞれ $x$ 冊，$y$ 冊とする。最初の冊数より，$x + y = 190$……①　本を買ったあとの冊数より，$x + 5 = 2(y + 3)$……②　②より，$x - 2y = 1$……③　①−③より，$3y = 189$　よって，$y = 63$　①に代入して，$x + 63 = 190$ より，$x = 127$

4 160（人）

≪解説≫

昨年度の男子の生徒数を $x$ 人，女子の生徒数を $y$ 人とすると，昨年度の生徒数について，$x + y = 360$……①　また，今年度は男子は，$x \times (1 - 0.05) = 0.95x$（人），女子は，$y \times (1 + 0.1) = 1.1y$（人）になる。今年度は 12 人増えているので，$0.95x + 1.1y = 372$……②　②× 100 −①× 95 より，$15y = 3000$ だから，$y = 200$　①に代入して，$x + 200 = 360$ より，$x = 160$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

5 (1)（例）昨年の小学生の参加者を $x$ 人，昨年の中学生の参加者を $y$ 人とすると

$$\begin{cases} x + y = 130 \\ 0.9x + 1.2y = 135 \end{cases}$$

(2)（今年の小学生の参加者）63（人）（今年の中学生の参加者）72（人）

≪解説≫

(1) 昨年の小学生の参加者を $x$ 人，昨年の中学生の参加者を $y$ 人とする。今年の参加者は昨年の参加者より全体で 5 人多いから，$x + y + 5 = 135$　また，今年の小学生の参加者は $0.9x$ 人，今年の中学生の参加者は $1.2y$ 人と表せるから，$0.9x + 1.2y = 135$

(2) $\begin{cases} x + y + 5 = 135 \cdots\cdots ① \\ 0.9x + 1.2y = 135 \cdots\cdots ② \end{cases}$ とすると，①より，$x + y = 130 \cdots\cdots ③$　②× 10 より，$9x + 12y = 1350 \cdots\cdots ④$　③× 12 −④より，$3x = 210$ となり，$x = 70$　これを③に代入すると，$70 + y = 130$ より，$y = 60$　よって，今年の小学生の参加者は，$0.9 \times 70 = 63$（人），今年の中学生の参加者は，$1.2 \times 60 = 72$（人）

## Step 3

6 （新聞紙）370（kg）（雑誌）270（kg）

≪解説≫

集めた新聞紙が $x$ kg，雑誌が $y$ kg だったとする。集めた古紙は全部で 820kg だから，$x + y + 180 = 820$ より，$x + y = 640 \cdots\cdots ①$　古紙全部でトイレットペーパーは 70 個交換でき，段ボールと交換したトイレットペーパーの個数は，$180 \div 12 = 15$（個）だから，$\dfrac{x}{10} + \dfrac{y}{15} + 15 = 70$ より，$\dfrac{x}{10} + \dfrac{y}{15} = 55 \cdots\cdots ②$　①と②を連立方程式として解く。②× 30 より，$3x + 2y = 1650 \cdots\cdots ③$　③−①× 2 より，$x = 370$　これを①に代入して，$370 + y = 640$ より，$y = 270$　よって，集めた新聞紙は 370kg，雑誌は 270kg。

7 2 年生の生徒数は 260 人，3 年生の生徒数は 275 人

≪解説≫

2 年生の生徒数を $x$ 人，3 年生の生徒数を $y$ 人とする。ボランティアに参加したことがある生徒数の合計より，$240 \times 0.25 + 0.3x + 0.4y = (240 + x + y) \times 0.32$ が成り立ち，これを整理して，$-x + 4y = 840 \cdots\cdots ①$　また，2 年生と 3 年生の生徒数の関係より，$y = x + 15$ だから，$-x + y = 15 \cdots\cdots ②$　①−②より，$3y = 825$ だから，$y = 275$　これを②に代入すると，$-x + 275 = 15$ だから，$x = 260$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第 9 講　2 次方程式

## Step 1

**1** (1) ($a$ =) − 6　(2) ($x$ =) 6

≪解説≫

(1) 2 次方程式に $x = -2$ を代入して，$(-2)^2 - (-2) + a = 0$ より，$4 + 2 + a = 0$ よって，$a = -6$

(2) 2 次方程式に $x = -2$ を代入して，$(-2)^2 + a \times (-2) - 12 = 0$　整理して，$-2a = 8$ より，$a = -4$　よって，2 次方程式は $x^2 - 4x - 12 = 0$ となるから，左辺を因数分解して，$(x + 2)(x - 6) = 0$ より，$x = -2$，6 なので，もう 1 つの解は $x = 6$

**2** (1) $x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$　(2) (3，18)　(3) (1，6)，(2，3)

≪解説≫

(1) $x^2 + 3x - 1 = 0$ となるので，解の公式より，

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

(2) 2 次方程式の $x^2$ の係数が 1 なので，$x = -6$，$x = 3$ が 2 次方程式の解であるとき，左辺は $(x + 6)(x - 3)$ と因数分解できる。これを展開すると，$x^2 + 3x - 18$ なので，$(a, b) = (3, 18)$

(3) $x^2 + ax - b = 0$ に $x = -3$ を代入すると，$(-3)^2 + a \times (-3) - b = 0$ より，$3a + b = 9$ となり，$a$，$b$ は自然数だから，$a$ は 1 か 2 のいずれかになる。$a = 1$ のとき，$3 \times 1 + b = 9$ より，$b = 6$　$a = 2$ のとき，$3 \times 2 + b = 9$ より，$b = 3$　よって，$(a, b) = (1, 6)$，$(2, 3)$

## Step 2

**3** (1) $3 - \sqrt{3}$ (m)　(2) $2 + \sqrt{2}$ (cm)

≪解説≫

(1) 縦の長さを $x$ m とすると，横の長さは，$(6 - x)$ m と表せるので，長方形の面積について，$x(6 - x) = 6$　展開して整理すると，$x^2 - 6x + 6 = 0$　解の公式より，$x = \dfrac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 1 \times 6}}{2 \times 1} = \dfrac{6 \pm \sqrt{12}}{2} = \dfrac{6 \pm 2\sqrt{3}}{2} = 3 \pm \sqrt{3}$　ここで，縦の長さは横の長さより短いので，$0 < x < 3$ となる。よって，$x = 3 - \sqrt{3}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

(2) AB ＝ $x$ cm とおくと，AE ＝ $x-1$ (cm)となるから，正方形 ABCD の面積は $x^2\text{cm}^2$，正方形 AEFG の面積は $(x-1)^2\text{cm}^2$ と表すことができる。よって，$x^2 : (x-1)^2 = 2 : 1$ が成り立つから，$2(x-1)^2 = x^2$ となり，$x^2 - 4x + 2 = 0$　解の公式より，$x = \dfrac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 1 \times 2}}{2 \times 1} = \dfrac{4 \pm 2\sqrt{2}}{2} = 2 \pm \sqrt{2}$　$x > 1$ より，$x = 2 + \sqrt{2}$

4　12 (cm)

≪解説≫

もとの紙の縦の長さを $x$ cm とすると，条件より，横の長さは $(x+2)$ cm。よって，容器の縦は，$x - 4 \times 2 = x - 8$ (cm)，横は，$x + 2 - 4 \times 2 = x - 6$ (cm)，高さは 4 cm となるから，条件より，$(x-8)(x-6) \times 4 = 96$　両辺を 4 で割って，$(x-8)(x-6) = 24$　展開して整理すると，$x^2 - 14x + 24 = 0$ より，$(x-2)(x-12) = 0$　よって，$x = 2,\ 12$　$x > 8$ より，$x = 12$

## Step　3

5　(1) (説明) (例) 縦の長さが 4 cm，横の長さが 8 cm のとき，面積は $32\text{cm}^2$ だけど，縦の長さが 5 cm，横の長さが 7 cm のとき，面積は $35\text{cm}^2$ となり，長方形の面積は変わるね。

(2) $12 - x$ (cm)　(3) (縦と横の長さは) $6 + \sqrt{6}$ (cm と) $6 - \sqrt{6}$ (cm)

≪解説≫

(1) 周りの長さの和が 24cm になる 2 種類の長方形の具体例を挙げ，それぞれの面積を求めればよい。

(2) 縦と横の長さの和は，$24 \div 2 = 12$ (cm)なので，横の長さは $(12 - x)$ cm。

(3) (2)より，長方形の縦の長さを $x$ cm とすると，横の長さは $(12 - x)$ cm なので，$x(12 - x) = 30$ が成り立つ。展開して整理すると，$x^2 - 12x + 30 = 0$　解の公式より，$x = \dfrac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \times 1 \times 30}}{2 \times 1} = \dfrac{12 \pm 2\sqrt{6}}{2} = 6 \pm \sqrt{6}$　縦の長さが $(6 + \sqrt{6})$ cm のとき，横の長さは，$12 - (6 + \sqrt{6}) = 6 - \sqrt{6}$ (cm)，縦の長さが $(6 - \sqrt{6})$ cm のとき，横の長さは，$12 - (6 - \sqrt{6}) = 6 + \sqrt{6}$ (cm)となるので，どちらも成り立つ。よって，縦と横の長さは，$(6 + \sqrt{6})$ cm と $(6 - \sqrt{6})$ cm。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第10講　2次方程式の文章題

## Step 1

1　（方程式）$(x+3)^2-21=10x$　（$x$ の値）$-2$，6

≪解説≫

$(x+3)^2-21=10x$ が成り立つ。これを整理して，$x^2-4x-12=0$ より，$(x+2)(x-6)=0$　よって，$x=-2$，6

2　20（円）

≪解説≫

$x$ 円値下げすると $4x$ 個多く売れるから，1日の売り上げについて，$(100-x)(240+4x)=25600$ が成り立つ。展開して整理すると，$x^2-40x+400=0$ となり，$(x-20)^2=0$ より，$x=20$

## Step 2

3　(1) 30（m）　(2) 2（秒後と）5（秒後）　(3) ア．$5(x+9)$　イ．3　ウ．60

≪解説≫

(1) $35\times1-5\times1^2=35-5=30$（m）

(2) $35x-5x^2=50$ となるので，整理して，$x^2-7x+10=0$ より，$(x-2)(x-5)=0$　よって，$x=2$，5

(3) ア．ボールAが風船Bに当たるのは，風船Bを放してから，$(x+9)$秒後。よって，このときの高さは，$5(x+9)$ m。イ．$5(x+9)=35x-5x^2$ を整理して，$x^2-6x+9=0$ より，$(x-3)^2=0$　よって，$x=3$　ウ．$x=3$ をアの式に代入して，$5\times(3+9)=60$（m）

## Step 3

4　(1) ア．26　イ．24

(2) ①（黒い石）$4x+6$（個）　（白い石）$x^2+x-6$（個）　② 456（個）　③（$x=$）9

≪解説≫

(1) 石は全部で，$5\times10=50$（個）　そのうち，白い石は，縦に，$5-2=3$（個），横に，$10-2=8$（個）並ぶから，$3\times8=24$（個）　よって，黒い石は，$50-24=26$（個）

(2) ① 石は全部で，$x(x+5)=x^2+5x$（個）　そのうち，白い石は，$(x-2)(x+5-$



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

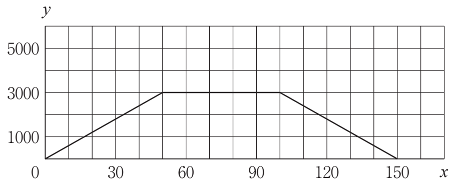
2) = $x^2 + x - 6$（個）　よって，黒い石は，$x^2 + 5x - (x^2 + x - 6) = 4x + 6$（個）
② 黒い石について，$4x + 6 = 90$ が成り立つから，これを解いて，$x = 21$　よって，白い石は，$21^2 + 21 - 6 = 456$（個）　③ 条件より，$x^2 + x - 6 = 2(4x + 6)$ が成り立つ。展開して整理すると，$x^2 - 7x - 18 = 0$　左辺を因数分解して，$(x + 2)(x - 9) = 0$ より，$x = -2, 9$　$x \geqq 3$ より，$x = 9$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第11講　速さの変化

## Step 1

1　問1. 午前9時50分　問2. (右図)




問3. (1) $100 \leqq x \leqq 150$

(2) $y = -60x + 9000$

≪解説≫

問1. あつ子さんが，自宅から優子さんの家までにかかる時間は，$3000 \div 60 = 50$(分)なので，優子さんの家に着いたのは，午前9時＋50分＝午前9時50分

問2. 優子さんの家から自宅までにかかる時間も50分なので，優子さんの家を出発したのは，午前11時30分－50分＝午前10時40分になり，自宅を出発してから，$60 + 40 = 100$(分後)　また，自宅に着くのは，自宅を出発してから，$100 + 50 = 150$(分後)　よって，$x$と$y$の関係を表すグラフは，(0, 0)，(50, 3000)，(100, 3000)，(150, 0)の各点を結んだ折れ線になる。

問3. (1) 問2より，$x$の変域は，$100 \leqq x \leqq 150$　(2) グラフは，点(100, 3000)，(150, 0)を通る直線だから，傾きは，$\frac{0 - 3000}{150 - 100} = -60$　求める式を$y = -60x + b$とおいて，$x = 150$，$y = 0$を代入すると，$0 = -60 \times 150 + b$より，$b = 9000$　よって，$y = -60x + 9000$

2　(1) (毎分) 50 (m)　(2) $y = 80x - 1600$　(3) 48 (分後)

≪解説≫

(1) 32分間で1600m進んでいるから，速さは，毎分，$1600 \div 32 = 50$ (m)

(2) 出発して40分後から60分後のグラフは，2点(40, 1600)，(60, 3200)を通る直線なので，傾きが，$\frac{3200 - 1600}{60 - 40} = 80$となり，この直線の式は，$y = 80x + b$と表せる。これに，(40, 1600)を代入して，$1600 = 3200 + b$より，$b = -1600$　よって，求める直線の式は，$y = 80x - 1600$

(3) 太郎さんが出発してから40分後までに花子さんが進む道のりは，$40 \times (40 - 24) = 640$ (m)なので，2人が出会うのは，太郎さんが休憩を終えた後になる。ここで，太郎さんが出発してから40分後の2人の間の道のりは，$1600 - 640 = 960$ (m)なので，このあと$p$分後に2人が出会うとすると，太郎さんの休憩後の速さは分速80mより，$80p + 40p = 960$が成り立つ。これを解いて，$p = 8$　よって，2人が出会うのは，太郎さんが出発してから，$40 + 8 = 48$(分後)

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　2

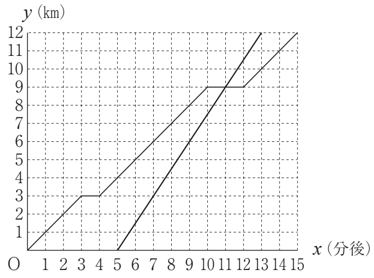
**3**　① ア．48　イ．30　ウ．17　エ．$\frac{12}{5}$　② 2点(5，0)，(85，16)を結ぶ線分を引いて，B駅から来る列車のグラフとの交点の個数を数える。

≪解説≫

① ア．9時20分から9時30分までの10分間，すなわち$\frac{1}{6}$時間で8km進むから，時速，$8 \div \frac{1}{6} = 48$ (km)　イ．どちらの列車も9時30分に，A駅から8kmの地点にある。よって，9時30分に出会う。ウ・エ．9時5分に自転車とB駅から来る列車は12kmはなれているから，列車と自転車は，9時5分から進んだ距離の和が12kmになったときに出会う。1時間に進む距離の和は，$12 + 48 = 60$ (km)だから，出会うのは9時5分から，$12 \div 60 = \frac{1}{5}$ (時間後)，すなわち12分後。よって，最初に出会うのは，9時5分＋12分＝9時17分で，A駅からB駅に向かって，$12 \times \frac{1}{5} = \frac{12}{5}$ (km)進んだ場所。

② 自転車がB駅に着くのは，$16 \div 12 \times 60 = 80$ (分後)だから，自転車のようすを表すグラフは，2点(5，0)，(85，16)を結ぶ線分となる。

**4**　(ア) 2 (分間)　(イ) (右図)　(ウ) $\frac{26}{5}$ (分後)




≪解説≫

(ア) グラフより，(10，9)から(12，9)までの間の2分間。

(イ) A駅からD駅までの道のりは12kmなので，時速90kmでは，$\frac{12}{90} = \frac{2}{15}$時間，つまり，$60 \times \frac{2}{15} = 8$ (分)かかる。よって，特急列車QがD駅に到着するのは，9時5分の8分後の9時13分だから，(5，0)，(13，12)を通る直線をかけばよい。

(ウ) 特急列車Rは，D駅からA駅まで，$12 \div 90 = \frac{2}{15}$ (時間)，つまり，$\frac{2}{15} \times 60 = 8$ (分)かかるので，グラフは(0，12)，(8，0)を通る直線となり，傾きが，$\frac{0 - 12}{8 - 0} = -\frac{3}{2}$なので，その式は，$y = -\frac{3}{2}x + 12$　これより，特急列車Rと普通列車Pがすれ違うのは，普通列車PがB駅からC駅の間を走行しているときとわかる。普通列車Pが走行しているとき，グラフの傾きは1なので，B駅からC駅の間の式を$y = x + b$とおいて(4，3)を代入すると，$3 = 4 + b$となり，$b = -1$　よって，普通列車PのB駅からC駅までの式は$y = x - 1$なので，これと$y = -\frac{3}{2}x + 12$を連立方程式として解いて，$x = \frac{26}{5}$，$y = \frac{21}{5}$より，求める時間は，特急列車RがD駅を出発してから$\frac{26}{5}$分後。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step 3

5 ① $y=\frac{1}{5}x^2$　② (1) $t+5$　(2) $2t+5$　(3) ア　(4) ウ

≪解説≫

① $y$ は $x$ の2乗に比例するから，$y=ax^2$ と表せる。表より，$x=1$ のとき，$y=0.2=\frac{1}{5}$ だから，$\frac{1}{5}=a\times1^2$ より，$a=\frac{1}{5}$　よって，$y=\frac{1}{5}x^2$

② (1) 赤球は青球より5秒前に転がり始めているから，赤球が転がり始めてからの時間は，$(t+5)$秒となる。(2) $t$ 秒後までに赤球，青球が進む距離はそれぞれ，$\frac{1}{5}(t+5)^2$ m，$\frac{1}{5}t^2$ m だから，赤球と青球の間の距離は，$\frac{1}{5}(t+5)^2-\frac{1}{5}t^2=\frac{1}{5}(t^2+10t+25)-\frac{1}{5}t^2=\frac{1}{5}t^2+2t+5-\frac{1}{5}t^2=2t+5$ (m)　(3) 青球が転がり始めてからの時間を $x$ 秒，赤球と青球との間の距離を $y$ m とすると，(2)より，$y=2x+5$ が成り立つから，アが正しい。(4) 比例定数が2だから，赤球と青球の間の距離は，毎秒2m ずつ広がる。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製·転載を禁止します。

# 第12講　水量の変化

## Step　1

**1**　①（毎分）$\frac{5}{2}$（L）　② $y = -\frac{5}{2}x + 120$　③ 48（分後）

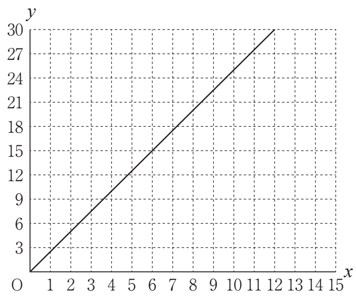
≪解説≫

① 毎分，$(120 - 100) \div 8 = \frac{5}{2}$（L）

② ①より，傾きは$-\frac{5}{2}$で，グラフより，切片は120なので，$y = -\frac{5}{2}x + 120$

③ $y = -\frac{5}{2}x + 120$ に $y = 0$ を代入して，$0 = -\frac{5}{2}x + 120$ より，$x = 48$

**2**　①（右図）　② 300（$cm^2$）




≪解説≫

① 図Ⅱのグラフより，鉄のおもりより上の部分に水が入っているのは，4分後から10分後の間。この6分間で，$30 - 15 = 15$（cm）深くなっているから，鉄のおもりの入っていない空の状態の水そうを満水にするまでには，$6 \times (30 \div 15) = 12$（分）かかることがわかる。よって，右図のように，点(0，0)と点(12，30)を結ぶ線分となる。

② 水そうの容積は，$30 \times 30 \times 30 = 27000$（$cm^3$）だから，1分間の給水量は，$27000 \div 12 = 2250$（$cm^3$）　したがって，鉄のおもりの高さまで水を入れた4分間に，水そうに入った水の量は，$2250 \times 4 = 9000$（$cm^3$）　よって，鉄のおもりの底面積を S $cm^2$ とすると，$(30 \times 30 - S) \times 15 = 9000$ が成り立つから，これを解くと，$S = 300$

## Step　2

**3**　(1) ①（$a =$）30　②（$c =$）45　(2) ①（$b =$）600　② $y = \frac{1}{2}x + 10$　(3) 20分後と40分後

≪解説≫

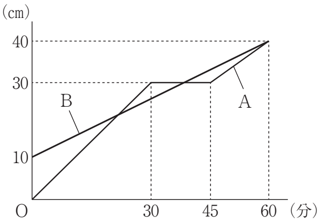
(1) ① 図3のグラフより，$a = 30$　② 図3のグラフ中の時間 $c$ は，水そうA全体の水面の高さが30cmになるときを表している。このとき，水そうAに入っている水は，$(20 + 10) \times 40 \times 30 = 36000$（$cm^3$）なので，$c = 36000 \div 800 = 45$

(2) ① 水を入れ始めてから満水になるまでに，水そうBに入った水は，$30 \times 40 \times (40 - 10) = 36000$（$cm^3$）なので，$b = 36000 \div 60 = 600$　② 水そうBの底面積は，$30 \times 40 = 1200$（$cm^2$）なので，毎分 600$cm^3$ の水を入れるとき，水面の高さは毎分，$600 \div 1200 =$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

$\frac{1}{2}$ (cm)ずつ高くなる。水を入れる前の水面の高さは 10cm だから，$y = \frac{1}{2}x + 10$

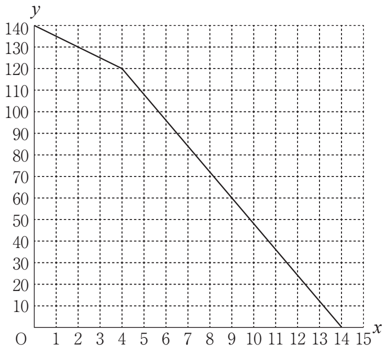
(3) 水そう B の水面までの高さは，30 分後が，$\frac{1}{2} \times 30 + 10 = 25$ (cm)で，45 分後が，$\frac{1}{2} \times 45 + 10 = \frac{65}{2}$ (cm)，60 分後が 40cm だから，水そう A のグラフに水そう B のグラフを重ねると右図のようになり，2 つのグラフの交点が，水そう A の一番高い水面までの高さと水そう B の水面までの高さが等しくなるときを表している。水そう A の一番高い水面までの高さを $y$ cm とすると，$0 \leqq x \leqq 30$ のとき，$y = x$ と表されるから，$x = \frac{1}{2}x + 10$ を解いて，$x = 20$　また，$30 = \frac{1}{2}x + 10$ を解いて，$x = 40$　よって，求める時間は，20 分後と 40 分後。




## Step　3

**4**　① (右図)　② 45 (m$^3$)

≪解説≫




① タンクが空になったとき，2 つの容器にたまった水の量は等しく，$140 \div 2 = 70$ (m$^3$)　よって，排水管 a を開けていた時間は，$70 \div 5 = 14$ (分間)，排水管 b を開けていた時間は，$70 \div 7 = 10$ (分間)だから，排水管 b を開けたのは，排水管 a を開けてから 4 分後とわかる。4 分後にタンクの水は，$5 \times 4 = 20$ (m$^3$)減って，$140 - 20 = 120$ (m$^3$)になるから，グラフは，上図のように，点(0，140)，点(4，120)を結ぶ線分と，点(4，120)，点(14，0)を結ぶ線分となる。

② $4 \leqq x \leqq 14$ のときのグラフの式を $y = px + q$ とおいて，$(x,\ y) = (4,\ 120)$，$(14,\ 0)$ を代入すると，$\begin{cases} 120 = 4p + q \\ 0 = 14p + q \end{cases}$　これを連立方程式として解くと，$p = -12$，$q = 168$

よって，$y = -12x + 168$ に，$y = 60$ を代入すると，$60 = -12x + 168$ より，$x = 9$　したがって，タンクの水の量が 60m$^3$ となるのは，排水を始めてから 9 分後で，このときの容器 A の水の量は，$5 \times 9 = 45$ (m$^3$)

**5**　(1) 5 (L)　(2) 13 (分) 12 (秒後)

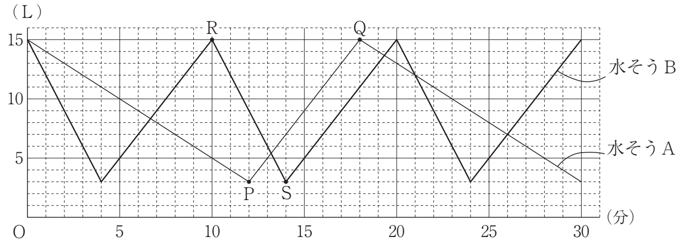
≪解説≫

(1) 水そう B で初めて水の量が 3 L まで減って給水が始まるのは，$(15 - 3) \div 3 = 4$ (分後)　そのあと，毎分，$5 - 3 = 2$ (L)ずつ水そう B の水の量は増えるので，5 分後の水

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

の量は，$3+2\times(5-4)=5$（L）

(2) (1)より，水そうBの水の量が15Lから3Lに減るのにかかる時間は4分で，3Lから15Lまで増えるのにかかる時間は，$(15-3)\div 2=6$（分）だから，水そうBの水の量は排水口を開いてから，4分後に3L，10分後に15L，14分後に3L，…と増減する。この様子をグラフにすると，次図のようになるので，排水口を開いて10分たった時点から2つの水そうの水の量が初めて等しくなるのは，次図の線分PQと線分RSの交点の時間になる。ここで，排水口を開いてからの時間を$x$分，水の量を$y$Lとする。水そうAは給水が始まると水の量が毎分，$3-1=2$（L）増えるので，PQの傾きは2。PQの式を$y=2x+b$とおいてP（12，3）を代入すると，$3=2\times 12+b$となり，$b=-21$　また，RSの傾きは$-3$なので，RSの式を$y=-3x+c$とおいてR（10，15）を代入すると，$15=-3\times 10+c$となり，$c=45$　よって，$\begin{cases} y=2x-21 \\ y=-3x+45 \end{cases}$を解いて，$x=\frac{66}{5}$，$y=\frac{27}{5}$　$\frac{66}{5}$分＝13.2分で，0.2分は，$0.2\times 60=12$（秒）なので，求める時間は，13分12秒後。



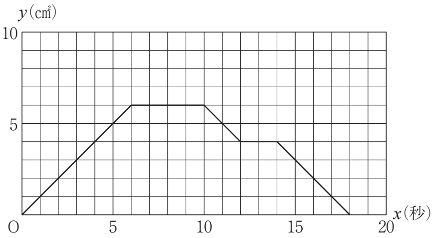


©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第13講　点の移動

## Step 1

**1**　① (右図)　② 5, 11



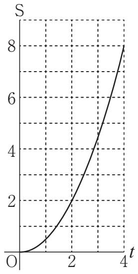

≪解説≫

① 点Pが各頂点に到達するのは，6秒後に点C，10秒後に点D，12秒後に点E，14秒後に点F，18秒後に点A。また，GBと各頂点を結んでできる三角形の面積は，△GBC ＝△GBD ＝ $\frac{1}{2}\times2\times6=6$ (cm²)，△GBE ＝△GBF ＝ $\frac{1}{2}\times2\times4=4$ (cm²)　よって，グラフは(0, 0)，(6, 6)，(10, 6)，(12, 4)，(14, 4)，(18, 0)を結ぶ折れ線となる。

② △GBPの底辺をGBとすると，$y=5$ となるのは高さが，$5\times2\div2=5$ (cm)のとき。よって，点PがBC上にあり，BP ＝ 5 cmになるときと，点PがDE上にあり，DP ＝ 1 cmになるときに高さが5 cmなので，$x=5,\ 11$

**2**　1．$y=-2x+12$　2．(1) (式) $S=\frac{1}{2}t^2$　(グラフ) (右図)　(2) 2

3．(S ＝) 5　4．($t$ ＝) $3+\sqrt{3}$




≪解説≫

1. 傾きは，$\frac{0-4}{6-4}=-2$ なので，直線ABの式を $y=-2x+b$ とおいて，点Bの座標を代入すると，$0=-2\times6+b$ より，$b=12$　よって，$y=-2x+12$

2. (1) 直線OAの式は $y=x$ なので，$0\leqq t\leqq4$ のとき，△OPQは，OQ ＝ PQの直角二等辺三角形となる。よって，$S=\frac{1}{2}\times t\times t=\frac{1}{2}t^2$ となり，グラフは上図のようになる。(2) $t=1$ のとき，$S=\frac{1}{2}\times1^2=\frac{1}{2}$，$t=3$ のとき，$S=\frac{1}{2}\times3^2=\frac{9}{2}$ となるので，変化の割合は，$\left(\frac{9}{2}-\frac{1}{2}\right)\div(3-1)=2$

3. 点Pの $x$ 座標は，$\frac{4+6}{2}=5$　点Pの $y$ 座標は，$\frac{4+0}{2}=2$　よって，OQ ＝ 5，PQ ＝ 2となるので，$S=\frac{1}{2}\times5\times2=5$

4. $4\leqq t\leqq6$ のとき，点Pは辺AB上にあるので，点Pの $x$ 座標が $t$ のとき，$y$ 座標

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

は，$-2t+12$　よって，$OQ=t$，$PQ=-2t+12$ となるので，$S=\frac{1}{2}\times t\times(-2t+12)=-t^2+6t$　これが6なので，$-t^2+6t=6$ より，$t^2-6t+6=0$　解の公式より，$t=\frac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-4\times1\times6}}{2}=3\pm\sqrt{3}$　$4\leqq t\leqq 6$ より，$t=3+\sqrt{3}$

## Step　2

**3**　問1. 8 (cm)　問2. ($y=$) 16　問3. ㋐ 0　㋑ 3　㋒ $2x^2$　㋓ 4　㋔ $6x$　問4. $\sqrt{3}$，$\frac{25}{4}$

≪解説≫

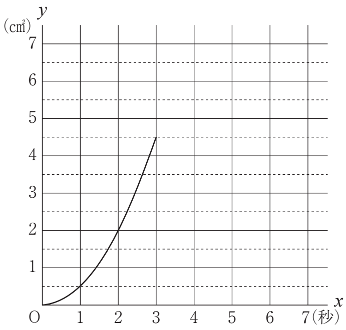
問1. 点Qは辺AD上にあり，$AQ=4\times2=8$ (cm)

問2. 点Pは頂点B上に，点Qは辺CB上にある。$AD+DC+CB=12+4+12=28$ (cm)だから，$BQ=28-4\times5=8$ (cm)　よって，$y=\frac{1}{2}\times4\times8=16$

問3. (1) $12\div4=3$ より，点QがAからDまで動くのは，$0\leqq x\leqq 3$ のときで，$AP=x$ cm，$AQ=4x$ cm だから，$y=\frac{1}{2}\times x\times 4x=2x^2$　(2) $(12+4)\div4=4$ より，点QがDからCまで動くのは，$3\leqq x\leqq 4$ のときで，△APQのAPを底辺としたときの高さは12cmで一定となる。このとき，$AP=x$ cm だから，$y=\frac{1}{2}\times x\times12=6x$

問4. (i) $0\leqq x\leqq 3$ のとき，$2x^2=6$ より，$x^2=3$ となり，$x=\pm\sqrt{3}$ なので，$x=\sqrt{3}$ が適する。(ii) $3\leqq x\leqq 4$ のとき，$6x=6$ より，$x=1$　これは $x$ の範囲外なので適さない。(iii) $4\leqq x\leqq 7$ のとき，$y=\frac{1}{2}\times4\times(28-4x)=-8x+56$ と表されるから，$-8x+56=6$ より，$x=\frac{25}{4}$　(i)〜(iii)より，$x=\sqrt{3}$，$\frac{25}{4}$

**4**　(1) (a) $0\leqq x\leqq 3$　(b) $y=\frac{1}{2}x^2$　(c) (右図)




(2) 11 (秒後)

≪解説≫

(1) (a) 中点連結定理より，$DE=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times6=3$ (cm)

よって，点Qが辺DEを進むのにかかる時間は，$3\div1=3$ (秒)より，$x$ の変域は，$0\leqq x\leqq 3$　(b) DE∥AF より，∠BDE＝∠BAC＝90°で，△BPQは，辺BPを底辺としたときの高さがDQになる。$BP=DQ=x$ cm より，△BPQの面積は，$\frac{1}{2}\times x\times x=\frac{1}{2}x^2$ ($cm^2$)　よって，$y=\frac{1}{2}x^2$　(c) $x=0$ のとき，$y=0$　$x=1$ のとき，$y=\frac{1}{2}\times1^2=\frac{1}{2}$　$x=2$ のとき，$y=$



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

$\frac{1}{2}\times 2^2=2$　$x=3$ のとき，$y=\frac{1}{2}\times 3^2=\frac{9}{2}$　よって，(0, 0)，$\left(1, \frac{1}{2}\right)$，(2, 2)，$\left(3, \frac{9}{2}\right)$ を通る放物線をかけばよい。

(2) (1)より，$0\leqq x\leqq 3$ のとき，△BPQの面積は最大でも $\frac{9}{2}\text{cm}^2$。点Qが線分EF上を動くとき，EF = DA = $12\times\frac{1}{2}=6$ (cm)で，$3+6\div 1=9$ より，$x$ の変域は $3\leqq x\leqq 9$　このときの△BPQの面積は，$\frac{1}{2}\times \text{BP}\times \text{DE}=\frac{1}{2}\times x\times 3=\frac{3}{2}x$ (cm$^2$)と表せるので，最大でも，$\frac{3}{2}\times 9=\frac{27}{2}$ (cm$^2$)　点Qが線分FC上を動くとき，$9+3\div 1=12$ より，$x$ の変域は $9\leqq x\leqq 12$　このときの△BPQの面積は，$\frac{1}{2}\times \text{BP}\times(\text{FQ}+\text{AF})=\frac{1}{2}\times x\times(x-9+3)=\frac{1}{2}x(x-6)$ (cm$^2$)　よって，$\frac{1}{2}x(x-6)=\frac{55}{2}$　整理すると，$x^2-6x-55=0$ となるので，$(x+5)(x-11)=0$ より，$x=-5, 11$　$9\leqq x\leqq 12$ より，$x=11$ だから，△BPQの面積が $\frac{55}{2}\text{cm}^2$ になるのは11秒後。

## Step 3

5　1. 48 (cm$^3$)　2. $y=36x$　3. イ　4. $\frac{3}{2}$ (秒後)，$\frac{151}{16}$ (秒後)

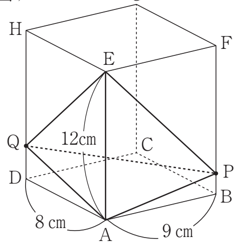
≪解説≫

1. AP = $3\times 2=6$ (cm)，AQ = $2\times 2=4$ (cm)なので，△APQ = $\frac{1}{2}\times 6\times 4=12$ (cm$^2$)　よって，三角錐AEPQ = $\frac{1}{3}\times 12\times 12=48$ (cm$^3$)

2. 3秒後から4秒後までのグラフの傾きは，$\frac{144-108}{4-3}=36$ だから，$x$ と $y$ の関係式は，$y=36x+b$ と表せる。これに(3, 108)を代入して，$108=36\times 3+b$ より，$b=0$　よって，$y=36x$

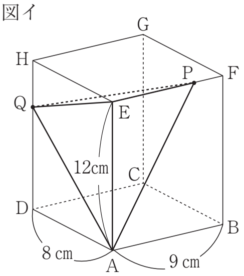
3. 4秒後から7秒後までは，右図アのように，点Pは辺BF上，点Qは辺DH上にある。このとき三角錐AEPQの底面を△APEとすると，底面積は，$\frac{1}{2}\times 12\times 9=54$ (cm$^2$)，高さは8cmで一定なので，体積も，$y=\frac{1}{3}\times 54\times 8=144$ で一定になる。よって，グラフはイ。

図ア




©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4. 直方体ABCD―EFGHの体積の$\frac{1}{32}$は，$9 \times 8 \times 12 \times \frac{1}{32} = 27$ (cm$^3$)　図2のグラフより，3秒後までの$x$と$y$の関係を$y = ax^2$とおいて(3, 108)を代入すると，$108 = a \times 3^2$より，$a = 12$　よって，$y = 12x^2$に$y = 27$を代入して，$27 = 12x^2$より，$x^2 = \frac{9}{4}$　$x \geqq 0$より，$x = \frac{3}{2}$　また，7秒後以降は右図イのように，点Pは辺FE上，点Qは辺DH上にある。このとき，三角錐AEPQの底面を△AQEとすると，底面積は，$\frac{1}{2} \times 12 \times 8 = 48$ (cm$^2$)，高さは，PE = $(9 + 12 + 9) - 3x = 30 - 3x$ (cm)なので，$y = \frac{1}{3} \times 48 \times (30 - 3x) = -48x + 480$　これに$y = 27$を代入して，$27 = -48x + 480$より，$x = \frac{151}{16}$　以上より，$\frac{3}{2}$秒後と$\frac{151}{16}$秒後。

図イ




©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。
113K04

# 第14講　図形の移動

## Step　1

1　(1) ア．12　イ．72　(2) ($a$ =) 8　(3) (GH) 16 (cm)　(EH) 4 (cm)　(4) 88

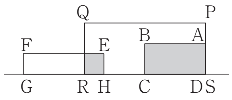
≪解説≫

(1) 移動させ始めてから，点Cが点Rに重なるまで，$y$の値は一定の割合で増える。よって，CD = 12cmより，点Cが点Rに重なるのは，12 ÷ 1 = 12 (秒後)なので，ア = 12　このときの$y$の値は，長方形ABCDの面積に等しいから，イ = 12 × 6 = 72

(2) グラフより，移動させ始めて12秒後から20秒後までの，20 − 12 = 8 (秒間)は，$y$の値が一定だから，$a$ = 8

(3) グラフより，点Gが点Sに重なるのは，移動させ始めてから60秒後だから，GH + $a$ + CD + RS = 60　よって，GH + 8 + 12 + 24 = 60より，GH = 60 −(8 + 12 + 24) = 16 (cm)　また，$y$ = 64となるのは，長方形EFGHだけが完全に長方形PQRSに含まれるときだから，GH × EH = 64より，16 × EH = 64　よって，EH = $\frac{64}{16}$ = 4 (cm)

(4) $y$の値が最大となるのは，EH < ADより，点Dが点Sに着いたときである。これは移動させ始めてから，24 ÷ 1 = 24 (秒後)で，3つの長方形は右図のように重なっている。このとき，RH = 24 − (12 + 8) = 4 (cm)だから，ウ = 6 × 12 + 4 × 4 = 88




2　$y = x + 1$　($x$の変域) $0 \leqq x \leqq 10$

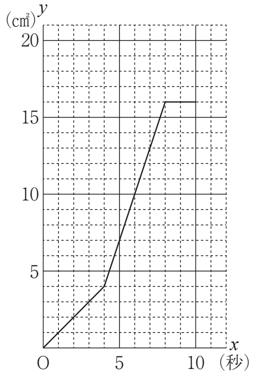
≪解説≫

ACと，PQ，SRとの交点を，それぞれ，T，Uとすると，出発してからの直角三角形ABCと長方形PQRSの重なった部分は，台形TQRU。長方形PQRSが平行移動するとき，△TQC，△URCは△ABCと相似な三角形になるので，TQ : QC = UR : RC = AB : BC = 6 : 12 = 1 : 2　出発してから$x$秒後には，QC = $(2 + x)$ cm，RC = $x$ cmになるので，TQ = $\frac{1}{2}$QC = $\frac{1}{2}(2 + x) = 1 + \frac{x}{2}$ (cm)，UR = $\frac{1}{2}$RC = $\frac{x}{2}$ (cm)　よって，台形TQRU = $\frac{1}{2}$ ×(TQ + UR)× QR = $\frac{1}{2} \times \left(1 + \frac{x}{2} + \frac{x}{2}\right) \times 2 = 1 + x$ (cm²)になるので，$y = x + 1$　また，QがBと重なるのは，(12 − 2) ÷ 1 = 10 (秒後)なので，$x$の変域は，$0 \leqq x \leqq 10$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　2

**3**　(1) $\frac{16}{3}$ (秒後)　(2) (右図)

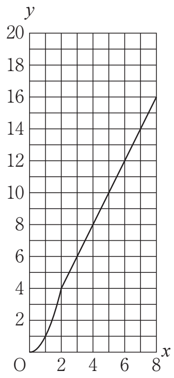



≪解説≫

(1) 長方形 ABCD $= 1 \times 4 = 4$ (cm$^2$)，長方形 DEFG $= 3 \times 4 = 12$ (cm$^2$) より，図形 ABCEFG $= 4 + 12 = 16$ (cm$^2$)　よって，重なる部分の面積が，$16 \times \frac{1}{2} = 8$ (cm$^2$) になればよい。図形 ABCEFG の重なっていない部分の面積も 8 cm$^2$ になるので，GP $= 8 \div 3 = \frac{8}{3}$ (cm)　したがって，AP $= 8 - \frac{8}{3} = \frac{16}{3}$ (cm) となるから，移動を始めてから $\frac{16}{3}$ 秒後。

(2) (i) $0 \leqq x \leqq 4$ のとき，SP は BC と交わり，AP $= x$ cm　よって，重なる部分は縦 1 cm，横 $x$ cm の長方形だから，$y = 1 \times x = x$　(ii) $4 \leqq x \leqq 8$ のとき，SP は EF と交わり，DP $= (x - 4)$ cm　よって，重なる部分は，長方形 ABCD と縦 3 cm，横 $(x - 4)$ cm の長方形を合わせた図形だから，$y = 4 + 3(x - 4) = 3x - 8$　(iii) $8 \leqq x \leqq 10$ のとき，L 字形の図形は長方形 PQRS にふくまれるから，$y = 16$　(i)，(ii)，(iii)より，グラフは上図のようになる。

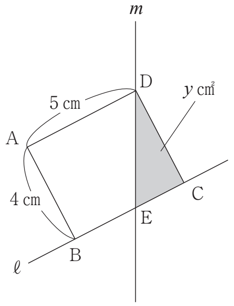
**4**　(1) ($y =$) 4　(2) ($a =$) $\frac{1}{2}$　(3) ① $y = x^2$　② $y = 2x$　(4) (右図)



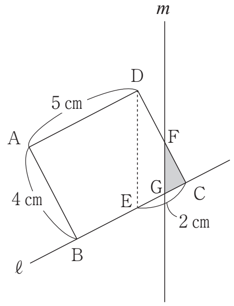

≪解説≫

(1) $x = 2$ のとき，次図アのように，点 D は直線 $m$ 上に到達しており，直線 $m$ と BC との交点を E とすると，CE $= 2$ cm　また，CD $= 4$ cm だから，$y = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$

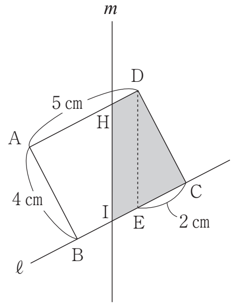
図ア




図イ




図ウ




(2) (1)より，BE $=$ BC $-$ CE $= 5 - 2 = 3$ (cm)　また，点 D が直線 $m$ 上に到達してから，点 B が直線 $m$ 上に到達するまでの時間は，$8 - 2 = 6$ (秒)　よって，3 cm を 6 秒で移動するから，$a = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

(3) ① $0 \leqq x \leqq 2$ のとき，前図イのように，直線 $m$ は辺 CD，BC と交わる。その交点をそ

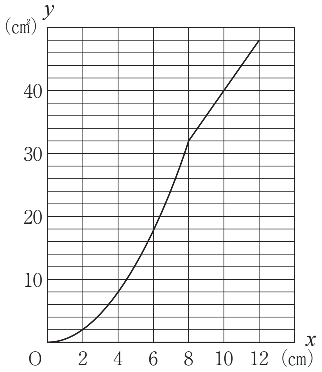
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

れぞれF，Gとすると，FG∥DEより，CG：CF＝CE：CD＝2：4＝1：2　よって，CG＝$x$ cmより，CF＝$2x$cmだから，$y=\frac{1}{2}\times x\times 2x=x^2$　② $2\leqq x\leqq 8$のとき，前図ウのように，直線$m$は辺AD，BCと交わる。その交点をそれぞれH，Iとすると，HI∥DEより，DH＝EI＝$\frac{1}{2}(x-2)$ cm，CI＝CE＋EI＝$\left\{2+\frac{1}{2}(x-2)\right\}$cmとなるから，$y=\frac{1}{2}\times\left\{\frac{1}{2}(x-2)+2+\frac{1}{2}(x-2)\right\}\times 4=2x$

## Step 3

5 (1) ア．8　イ．32　ウ．40　(2)(ア) $y=\frac{1}{2}x^2$　(イ) $y=4x$

(3)（右図）　(4) 6 (cm)，$\frac{28}{3}$ (cm)




≪解説≫

(1) 厚紙Pは次図Ⅰのように，等しい辺の長さが，12－4＝8 (cm)の直角二等辺三角形㋐と1辺の長さが4cmの正方形㋑に分けられる。$x$＝4，8のとき，封筒Sから出ている部分は㋐と相似で，直角二等辺三角形だから，アは，$\frac{1}{2}\times 4\times 4=8$　イは，$\frac{1}{2}\times 8\times 8=32$　$x$＝10のとき，封筒からは㋐全体と，㋑のうち，4×(10－8)＝8 (cm²)が出ているから，ウは，32＋8＝40

(2)(ア) $0\leqq x\leqq 8$のとき，封筒Sから出ている部分は直角二等辺三角形だから，$y=\frac{1}{2}\times x\times x=\frac{1}{2}x^2$　(イ) $8\leqq x\leqq 12$のとき，㋐の面積は32cm²で，㋑のうち，封筒Sから出ている部分の面積は，$4(x-8)=4x-32$ (cm²)だから，$y=32+4x-32=4x$

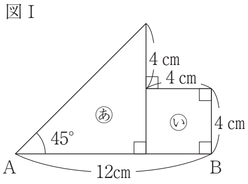
(3) グラフは原点と，(2，2)，(4，8)，(6，18)，(8，32)，(12，48)を通り，$0\leqq x\leqq 8$では放物線，$8\leqq x\leqq 12$では直線となる。

(4) 厚紙Qを引き出した長さが$x$ cmのときに，封筒Tから出ている厚紙Qの面積を$y$ cm²とすると，厚紙Qは次図Ⅱのように，㋒，㋓，㋔の3つの長方形に分けられる。$0\leqq x\leqq 7$のとき，$y=3x$　$7\leqq x\leqq 10$のとき，㋒の面積は，3×7＝21 (cm²)だから，$y=21+7(x-7)=7x-28$　$10\leqq x\leqq 12$のとき，㋒＋㋓の面積は，21＋7×3＝42 (cm²)だから，$y=42+3(x-10)=3x+12$　よって，次図Ⅲのように，厚紙Pのグラフに厚紙Qのグラフを重ねると，$0<x<12$において，$y$の値が等しくなるときは2回ある。1回目は，$0<x\leqq 7$の範囲だから，$\frac{1}{2}x^2=3x$を解くと，$x^2-6x=0$より，$x(x-6)=0$　$x\neq 0$より，$x=6$　2回目は，$8\leqq x\leqq 10$の範囲だから，$4x=7x-$

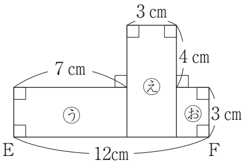
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

28 を解くと，$x = \dfrac{28}{3}$

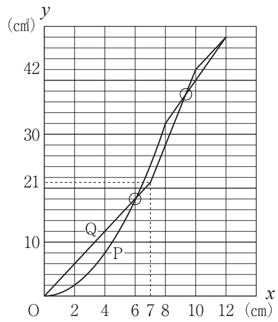
図Ⅰ




図Ⅱ




図Ⅲ






©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第15講　関数と図形①

## Step 1

1 (1) 7　(2) $\frac{2}{9}$　(3) $-\frac{4}{3}$

≪解説≫

(1) 点Cの$x$座標を$c$とすると，$\triangle AOC = \frac{1}{2} \times c \times 4 = 2c = 14$より，$c = 7$

(2) 四角形ABOCは平行四辺形だから，線分BCの中点(3，4)をMとすると，点MはOAの中点になる。よって，OA = 2OMより，A(6，8)　点Aは，$y = ax^2$上にあるから，$x = 6$，$y = 8$を代入して，$8 = a \times 6^2$より，$a = \frac{2}{9}$

(3) 点Aの$x$座標を$t$とすると，直線OAの傾きが4のとき，A($t$，$4t$)と表せる。また，点Bは$y$軸について点Aと対称だから，B($-t$，$4t$)　さらに，$OC = AB = t-(-t) = 2t$より，C($2t$，0)となる。よって，直線BCの傾きは，$\frac{0-4t}{2t-(-t)} = -\frac{4}{3}$

2 ア．$-4 \leqq y \leqq 0$　イ．($a$の値) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

≪解説≫

ア．$x = 0$のとき，$y = 0$で最大値，$x = -2$のとき，$y = -(-2)^2 = -4$で最小値なので，$y$の変域は，$-4 \leqq y \leqq 0$

イ．3点P，Q，Rの$x$座標は$a$より，それぞれ$y$座標を求めると，P($a$，$-a^2$)，Q($a$，0)，R($a$，$a+1$)と表すことができる。よって，$PQ = a^2$，$QR = a+1$となるから，条件より，$a^2 = a+1$が成り立つ。整理して，$a^2 - a - 1 = 0$　解の公式より，$a = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$　$a > 0$より，$a = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

## Step 2

3 1．($a =$) $-\frac{1}{4}$　2．(最小値) 0　(最大値) 9　3．(1) 2：3　(2) ($t =$) 2

≪解説≫

1．A($-1$，1)，B(4，$16a$)となるから，OAの傾きは$-1$，OBの傾きは，$\frac{16a}{4} = 4a$　3点A，O，Bは一直線上にあり，OAとOBの傾きは等しくなるから，$-1 = 4a$　よって，$a = -\frac{1}{4}$

2．$x$の変域は$-1 \leqq x \leqq 3$となり，最小値は$x = 0$のときで，$y = 0$，最大値は$x = 3$の

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

ときで，$y = 3^2 = 9$

3. (1) △QAP と△QBR について，対頂角より，∠AQP = ∠BQR なので，QA：QB = QP：QR が成り立つとき，2 組の辺の比とその間の角が等しいから，△QAP ∽△QBR これより，∠APQ = ∠BRQ = 90° だから，AP は $x$ 軸に平行で，P (1，1)となる。よって，AP = 1 −(− 1)= 2，BR = 4 − 1 = 3 より，AP：BR = 2：3　(2) P ($t$，$t^2$)，Q ($t$，− $t$)，R ($t$，− 4)より，PQ = $t^2 - (-t) = t^2 + t$，QR = $-t-(-4) = -t+4$ PQ：QR = 3：1 より，$(t^2+t):(-t+4) = 3:1$ が成り立つので，$t^2 + t = 3(-t+4)$ 整理して，$t^2 + 4t - 12 = 0$　左辺を因数分解して，$(t+6)(t-2) = 0$ より，$t = -6$，2　$0 < t < 4$ より，$t = 2$

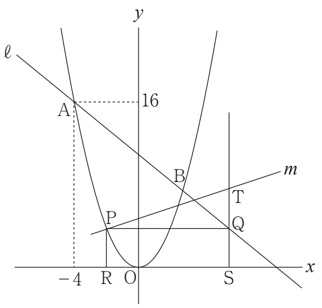
**4**　1. ($a$ =) 1　2. − 1　3. (1) P (− 2，4)　(2) $y = \frac{1}{2}x + 5$

≪解説≫

1. A (− 4，16)は，$y = ax^2$ 上の点だから，$16 = a \times (-4)^2$ より，$a = 1$

2. $y = x^2$ に，$x = 3$ を代入して，$y = 3^2 = 9$ だから，B (3，9)　よって，2 点 A，B の座標より，直線 $\ell$ の傾きは，$\dfrac{9-16}{3-(-4)} = \dfrac{-7}{7} = -1$

3. (1) 点 P，Q，R，S は右図のようになる。直線 $\ell$ の式を，$y = -x + b$ とすると，A (− 4，16)を通ることから，$16 = -(-4) + b$ より，$b = 12$　よって，直線 $\ell$ の式は，$y = -x + 12$　ここで，P の $x$ 座標を $t$ とすると，P ($t$，$t^2$)と表せ，2 点 P，Q の $y$ 座標は等しいから，Q の $y$ 座標も $t^2$。Q は，直線 $y = -x + 12$ 上の点だから，$t^2 = -x + 12$ より，Q の $x$ 座標は，$x = 12 - t^2$ となり，Q ($12 - t^2$，$t^2$)




これより，PQ = $12 - t^2 - t$，PR = $t^2$ だから，PQ + PR = $12 - t^2 - t + t^2 = 12 - t$　これが 14 であることより，$12 - t = 14$ が成り立つから，$t = -2$　したがって，P (− 2，4)　(2) P (− 2，4)，Q (8，4)，R (− 2，0)，S (8，0)となる。2 点 Q，T の $x$ 座標は等しいから，T (8，$h$)とすると，PR = 4，RS = 8 −(− 2)= 10 より，台形 PRST = $\frac{1}{2}$(PR + ST) × RS = $\frac{1}{2}(4 + h) \times 10$　これが 65cm² であることより，$\frac{1}{2}(4+h) \times 10 = 65$ を解いて，$h = 9$ だから，T (8，9)　直線 $m$ の式を，$y = cx + d$ とすると，2 点 P，T の座標から，$\begin{cases} 4 = -2c + d \\ 9 = 8c + d \end{cases}$ が成り立つから，これを解いて，$c = \frac{1}{2}$，$d = 5$ より，直線 $m$ の式は，$y = \frac{1}{2}x + 5$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step 3

5　1. (1) 1　(2) $\frac{3}{2}$　2. (1) ($x$ 座標) $2t$　($y$ 座標) $\frac{1}{4}t^2$　(2) ($t =$) $\frac{4}{3}$

(3) ア. $2\sqrt{2}$　イ. $\frac{3}{2}$ (順不同)

≪解説≫

1. (1) 点 B の $x$ 座標は 2 だから，$y = \frac{1}{4}x^2$ に $x = 2$ を代入して，$y = \frac{1}{4} \times 2^2 = 1$　つまり，点 B の $y$ 座標は 1。(2) $y = 2^2 = 4$ より，A (2, 4)　したがって，点 C の $y$ 座標も 4 とわかるので，$y = \frac{1}{4}x^2$ に $y = 4$ を代入して，$4 = \frac{1}{4}x^2$ となり，$x^2 = 16$ より，$x = \pm 4$　点 C の $x$ 座標は正だから，C (4, 4)　よって，直線 BC の傾きは，$\frac{4 - 1}{4 - 2} = \frac{3}{2}$

2. (1) 点 A の $x$ 座標を $t$ とすると，A $(t,\ t^2)$，B$\left(t,\ \frac{1}{4}t^2\right)$ と表せる。また，点 C の $y$ 座標は $t^2$ だから，$y = \frac{1}{4}x^2$ に，$y = t^2$ を代入して，$t^2 = \frac{1}{4}x^2$ より，$x^2 = 4t^2$　$x > 0$ なので，$x = 2t$ となり，C $(2t,\ t^2)$　よって，2 点 B, C の座標より，点 D の座標は，$\left(2t,\ \frac{1}{4}t^2\right)$　(2) AB $= t^2 - \frac{1}{4}t^2 = \frac{3}{4}t^2$，BD $= 2t - t = t$ と表せる。長方形 ABDC が正方形となるとき，AB = BD だから，$\frac{3}{4}t^2 = t$ が成り立つ。これを整理して，$t\left(\frac{3}{4}t - 1\right) = 0$ より，$t = 0,\ \frac{4}{3}$　よって，$t = \frac{4}{3}$　(3) 点(3, 2)を点 P とし，長方形 ABDC の各線分上にあると仮定して，場合分けをする。(i) 点 P が線分 AB 上にあるとすると，$t = 3$ より，B$\left(3,\ \frac{9}{4}\right)$ となるが，$2 < \frac{9}{4}$ だから，点 P が点 B より下にあることになり矛盾する。(ii) 点 P が線分 BD 上にあるとすると，点 B の $y$ 座標は 2 となり，$\frac{1}{4}t^2 = 2$ より，$t^2 = 8$　$t > 0$ だから，$t = 2\sqrt{2}$　よって，B $(2\sqrt{2},\ 2)$，D $(4\sqrt{2},\ 2)$ となり，$2\sqrt{2} < 3 < 4\sqrt{2}$ だから，点 P は線分 BD 上にある。(iii) 点 P が線分 CD 上にあるとすると，$2t = 3$ より，$t = \frac{3}{2}$　このとき，点 D の $y$ 座標は点 B と等しく，点 B の $y$ 座標は，$\frac{1}{4}t^2 = \frac{1}{4} \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{16}$　また，点 C の $y$ 座標は，$\frac{1}{4} \times 3^2 = \frac{9}{4}$ より，D$\left(3,\ \frac{9}{16}\right)$，C$\left(3,\ \frac{9}{4}\right)$ となり，$\frac{9}{16} < 2 < \frac{9}{4}$ だから，点 P は線分 CD 上にある。(iv) 点 P が線分 AC 上にあるとすると，$t^2 = 2$ より，$t = \sqrt{2}$　よって，C $(2\sqrt{2},\ 2)$ と

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

なるが，$3 > 2\sqrt{2}$ だから，点 P は点 C より右側にあることになり矛盾する。(i)～(iv)より，点(3，2)が長方形 ABDC の周上にあるのは，$t = 2\sqrt{2}$，$\frac{3}{2}$ のときである。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第16講　関数と図形②

## Step 1

1　問1.（$y$ =）1　問2. $0 \leqq y \leqq 9$　問3. 6　問4.（OP =）$\frac{3\sqrt{5}}{5}$

≪解説≫

問1. $y = x^2$ に $x = -1$ を代入して，点Aの $y$ 座標は，$y = (-1)^2 = 1$

問2. $x = 0$ のとき，$y = 0$ で最小値をとり，$x = 3$ のとき，$y = 3^2 = 9$ で最大値をとる。よって，$0 \leqq y \leqq 9$

問3. 問1，問2より，A（−1，1），B（3，9）　直線ABの式は，傾きが，$\frac{9-1}{3-(-1)} = 2$ なので，$y = 2x + b$ とおき，（−1，1）を代入して，$1 = 2 \times (-1) + b$ より，$b = 3$ となり，$y = 2x + 3$　よって，直線ABの切片をCとすると，△OAB = △OAC + △OBC = $\frac{1}{2} \times 3 \times 1 + \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = 6$

問4. $\text{AB} = \sqrt{\{3-(-1)\}^2 + (9-1)^2} = \sqrt{4^2 + 8^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$　よって，△OABの面積について，$\frac{1}{2} \times 4\sqrt{5} \times \text{OP} = 6$ が成り立ち，$\text{OP} = \frac{6}{2\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$

2　① $6a$　② $y = \frac{2}{5}x + \frac{12}{5}$

≪解説≫

① $y = ax^2$ に，$x = -2$，$x = 3$ をそれぞれ代入すると，$y = a \times (-2)^2 = 4a$，$y = a \times 3^2 = 9a$ より，A（−2，4$a$），B（3，9$a$）となる。これより，直線ABの傾きは，$\frac{9a-4a}{3-(-2)} = a$ だから，Cの $y$ 座標を $c$ とすると，直線 $\ell$ の式は，$y = ax + c$ と表せる。この式に，点Aの座標の値を代入して，$4a = a \times (-2) + c$ より，$c = 6a$

② △AOB = △AOC + △BOC = $\frac{1}{2} \times 6a \times 2 + \frac{1}{2} \times 6a \times 3 = 15a$　よって，$15a = 6$ が成り立つので，$a = \frac{2}{5}$　①より，ABの傾きは $a = \frac{2}{5}$，切片は $6a = \frac{12}{5}$ だから，直線 $\ell$ の式は，$y = \frac{2}{5}x + \frac{12}{5}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step 2

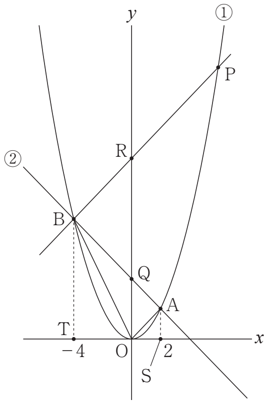
**3** 問1. ア. 4　イ. 16　ウ. －2　エ. 4　オ. $\frac{1}{2}$　カ. 4　キ. 0　ク. 8

問2. 1. (説明)(例)点Bを通り，OAに平行な直線をひく。この直線と①のグラフとの交点のうち，Bでない方をPとする。2. (△OAQ：△BQR＝)1：4

≪解説≫

問1. 点Aの$y$座標は，$a \times 2^2 = 4a$　また，点Bの$y$座標は，$a \times (-4)^2 = 16a$　2点A，Bの座標を②のグラフにそれぞれ代入すると，$\begin{cases} 4a = -2 + b \cdots\cdots ③ \\ 16a = 4 + b \cdots\cdots ④ \end{cases}$　これを解くと，$a = \frac{1}{2}$，$b = 4$　関数①の式が$y = \frac{1}{2}x^2$だから，$x$の変域が$-4 \leqq x \leqq 2$のとき，$y$の値は，$x = 0$で最小値$y = 0$，$x = -4$で最大値，$y = \frac{1}{2} \times (-4)^2 = 8$　よって，$y$の変域は，$0 \leqq y \leqq 8$

問2. 1. △OABと△OAPは，ともにOAを底辺とすると，OA∥BPのとき，高さが等しくなり，面積も等しくなる。2. 右図のようにS，Tをとると，AQ：BQ＝SO：TO＝2：4＝1：2　OA∥BRより，△OAQ∽△RBQで，相似比は，AQ：BQ＝1：2なので，△OAQ：△BQR＝$1^2 : 2^2$＝1：4




**4** (1) $(a =)\ \frac{1}{4}$　$(p =)\ 9$　(2) $-1$　(3) $y = \frac{1}{2}x + 6$

(4) ① $64\pi$ ($cm^3$)　② E $(-8,\ -4)$

≪解説≫

(1) B$(-4,\ 4)$は，$y = ax^2$上の点だから，$x = -4$，$y = 4$を代入して，$4 = a \times (-4)^2$より，$a = \frac{1}{4}$　よって，A$(6,\ p)$は，$y = \frac{1}{4}x^2$上の点だから，$p = \frac{1}{4} \times 6^2 = 9$

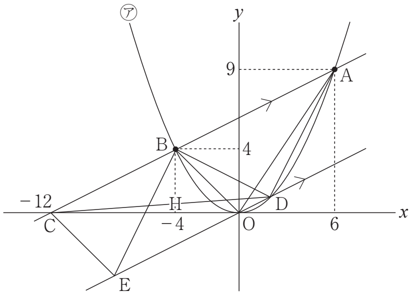
(2) $y = \frac{1}{4}x^2$について，$x = -4$のとき$y = 4$，$x = 0$のとき$y = 0$だから，求める変化の割合は，$\frac{0 - 4}{0 - (-4)} = -1$

(3) A$(6,\ 9)$，B$(-4,\ 4)$より，直線ABの傾きは，$\frac{9 - 4}{6 - (-4)} = \frac{1}{2}$　よって，直線AB

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

の式は，$y = \frac{1}{2}x + b$ と表せる。B $(-4,\ 4)$ を通ることから，$4 = \frac{1}{2} \times (-4) + b$ より，$b = 6$　よって，直線 AB の式は，$y = \frac{1}{2}x + 6$

(4) ① $y = \frac{1}{2}x + 6$ に，$y = 0$ を代入して，$0 = \frac{1}{2}x + 6$ より，$x = -12$ だから，C $(-12,\ 0)$　また，点 B から $x$ 軸に垂線を引き，$x$ 軸との交点を H とすると，H $(-4,\ 0)$ となる。△OBC を，$x$ 軸を軸として 1 回転させてできる立体は，半径 BH の円が底面で，高さが CH と OH である 2 つの円すいを合わせたものになる。BH = 4，CH $= -4-(-12) = 8$，OH = 4 より，求める体積は，$\frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 8 + \frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 4 = 64\pi\,(\mathrm{cm}^3)$　② 上図で，AC ∥ DE より，△ACD ＝△ACO ＝△ABO ＋△CBO　また，四角形 ABEO ＝△ABO ＋△EBO だから，四角形 ABEO ＝△ACD のとき，△CBO ＝△EBO となる。このとき，CE ∥ BO だから，四角形 BCEO は平行四辺形。これより，CE = BO，CE ∥ BO となり，O は B を $x$ 軸方向に $+4$，$y$ 軸方向に $-4$ 移動した点だから，E も C を同様に移動した点となる。よって，C $(-12,\ 0)$ より，E $(-8,\ -4)$




## Step 3

5 (1) 3　(2) 4　(3) $y = \frac{3}{2}x + 6$　(4) $\left(-3,\ \frac{3}{2}\right)$

≪解説≫

(1) $y = \frac{3}{4}x^2$ に $x = 2$ を代入して，$y = \frac{3}{4} \times 2^2 = 3$

(2) $y = \frac{3}{4}x^2$ に $y = 12$ を代入して，$12 = \frac{3}{4}x^2$ より，$3x^2 = 48$ となり，$x^2 = 16$　$x > 0$ より，$x = 4$

(3) 点 A $(2,\ 3)$ より，直線 OA の傾きは $\frac{3}{2}$。直線 BC の式を $y = \frac{3}{2}x + b$ とおき，点 B の座標を代入すると，$12 = \frac{3}{2} \times 4 + b$ より，$b = 6$　よって，$y = \frac{3}{2}x + 6$

(4) OA ∥ BC より，△OAB ＝△OCA なので，△OPC $= \frac{1}{2}$△OAB $= \frac{1}{2}$△OCA　よって，点 P の $y$ 座標は，点 A の $y$ 座標 3 の $\frac{1}{2}$ となればよく，$y = 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$　$y = \frac{3}{2}x + 6$ に $y = \frac{3}{2}$ を代入して，$\frac{3}{2} = \frac{3}{2}x + 6$ より，$x = -3$ となるから，P$\left(-3,\ \frac{3}{2}\right)$

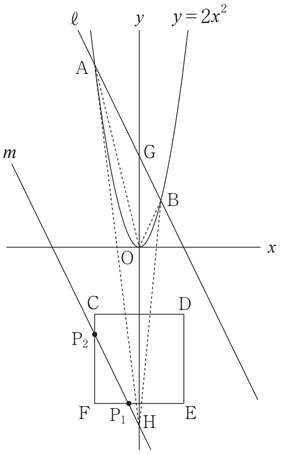
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

**6**　(1) $y=-2x+4$　(2) $\left(-\dfrac{1}{2},\ -7\right)$，$(-2,\ -4)$

≪解説≫

(1) $y=2x^2$ に $x=-2$ を代入して，$y=2\times(-2)^2=8$ より，A$(-2,\ 8)$　$y=2x^2$ に $x=1$ を代入して，$y=2\times1^2=2$ より，B$(1,\ 2)$　これより，直線 $\ell$ の傾きは，$\dfrac{2-8}{1-(-2)}=-2$ なので，求める式を $y=-2x+b$ とおいて点Bの座標を代入すると，$2=-2\times1+b$ となり，$b=4$　よって，$y=-2x+4$

(2) 正方形CDEFは右図のようになり，D$(2,\ -3)$，CD $=2-(-2)=4$ より，E$(2,\ -7)$，F$(-2,\ -7)$　さらに，G$(0,\ 4)$ とおくと，GO $=4$ で，△ABO＝△GAO＋△GBO $=\dfrac{1}{2}\times4\times2+\dfrac{1}{2}\times4\times1=6$　ここで，$y$ 軸上に，GH $=4\times3=12$ となる点H$(0,\ -8)$ をとると，△ABH＝△GAH＋△GBH $=\dfrac{1}{2}\times12\times2+\dfrac{1}{2}\times12\times1=18$ となり，△ABHの面積は△ABOの面積の3倍。このとき，点Hを通り $\ell$ に平行な直線を $m$ とすると，その式は $y=-2x-8$ で，直線 $m$ 上に点Pをとると，△ABP＝△ABHなので，△ABPの面積も△ABOの面積の3倍になる。よって，求める点Pは，正方形CDEFの周と直線 $m$ の交点なので，上図のように，FE，CFとの交点をそれぞれ $P_1$，$P_2$ とする。直線 $m$ の式に $y=-7$ を代入して，$-7=-2x-8$ より，$x=-\dfrac{1}{2}$ となり，$P_1\left(-\dfrac{1}{2},\ -7\right)$　また，直線 $m$ の式に $x=-2$ を代入して，$y=-2\times(-2)-8=-4$ より，$P_2(-2,\ -4)$





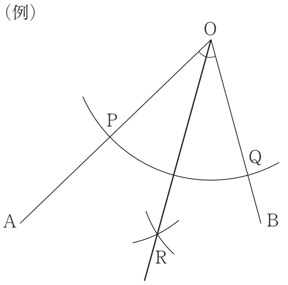
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第 17 講　作　図

## Step 1

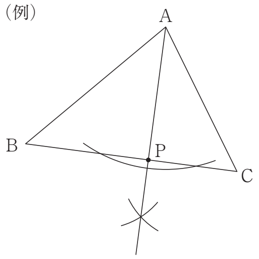
1　(1)

(例)



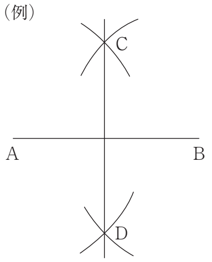

(2)

(例)




(3)

(例)




≪解説≫

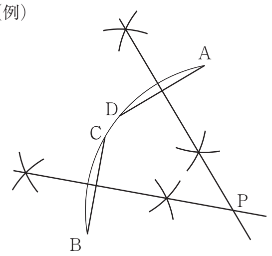
(1) 点 O を中心として円をかき，OA，OB との交点をそれぞれ P，Q とする。そして，P，Q を中心として半径の等しい円をかき，その交点を R とし，半直線 OR をひく。

(2) 点 A を通る BC の垂線をひき，BC との交点を P とすればよい。

(3) 点 A，B を中心に等しい半径の円を 2 点で交わるようにかき，その交点を C，D とすると，C，D を通る直線が線分 AB の垂直二等分線である。

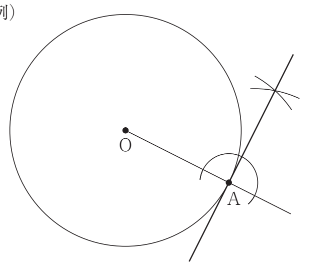
2　(1)

(例)




(2)

(例)




≪解説≫

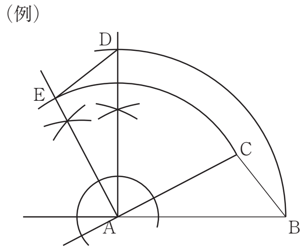
(1) 弦の垂直二等分線は円の中心を通るので，$\overset{\frown}{AB}$上に 2 点 A，B と異なる点 C，D をとり，2 本の弦 AD，CB の垂直二等分線の交点を P とすればよい。

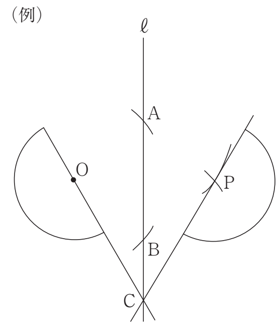
(2) 円の接線は，接点を通る半径に垂直なので，点 A を通り直線 OA に垂直な線をひけばよい。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　2

3 (1)　(2)



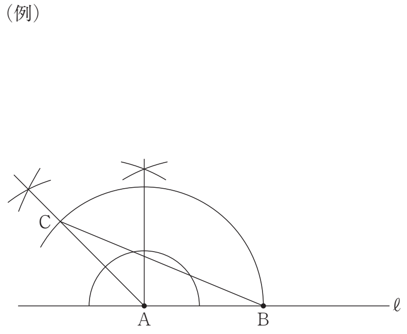



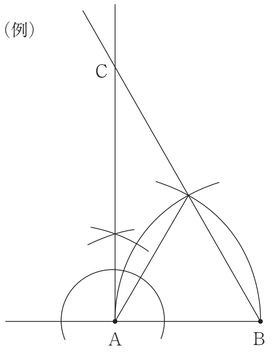

≪解説≫

(1) 点 A を通る AB の垂線と，半径 AB の円との交点が D となる。同様に，点 A を通る AC の垂線と，半径 AC の円との交点が E となる。

(2) まず，点 O を中心とする円をかき，直線 $\ell$ との交点を A，B とする。次に，2 点 A，B をそれぞれ中心とする，半径が OA の円をかき，O と異なる交点を P とする。次に，半円 O の直径の延長と直線 $\ell$ との交点を C とし，2 点 C，P を通る直線をひく。最後に点 P を中心とし，半径が半円 O の半径と等しい半円を，直径が直線 CP に含まれるようにかけばよい。

4 (1)　(2)




≪解説≫

(1) 点 A を通り直線 $\ell$ に垂直な線を引く。次に，この垂線を利用して，点 B のある方とは反対側に∠A の二等分線を引く。最後に，点 A を中心とし，AB を半径とする円を描き，∠A の二等分線との交点を C とすれば，AB = AC，∠BAC = 45° + 90° = 135° の二等辺三角形 ABC を作図できる。

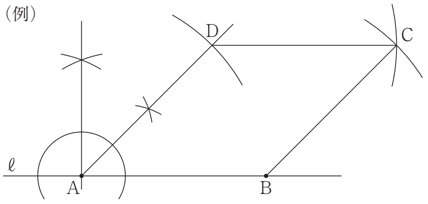
(2) 正三角形の 1 つの内角が 60° であることを利用する。A を通る AB の垂線と，AB を 1 辺とする正三角形を作図し，∠ABC = 60°，∠BAC = 90° となる点 C を決定する。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　3

5　（右図）

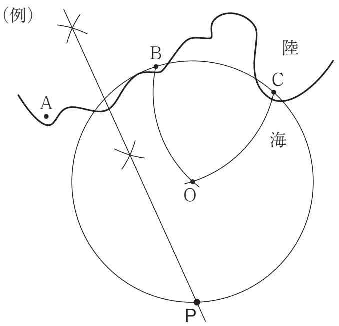
≪解説≫




勇さんが作図したのは点 A を通り，直線 $\ell$ に垂直な直線である。この垂線と線分 AB がつくる角の二等分線をひくと 45°の角がかける。この二等分線と，点 A を中心とする半径 AB の円との交点が D となる。そして，点 B，D をそれぞれ中心とし，半径が AB と同じ長さである円をかくと，その 2 つの円の交点が C となる。

6　（右図）

≪解説≫




2 点 A，B から等距離にある点は，線分 AB の垂直二等分線上にある。また，$\angle BPC = 30°$ のとき，3 点 B，C，P を通る円を考えると，$\angle BPC$ は $\overset{\frown}{BC}$ の円周角となり，円の中心を O とすると，中心角と円周角の関係より，$\angle BOC = 2\angle BPC = 2 \times 30° = 60°$　よって，点 O が海側にくるように，正三角形 OBC をつくり，O を中心とする半径 OB の円と，線分 AB の垂直二等分線の交点を P とすればよい。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第 18 講　面積・面積比

## Step 1

1　27 (cm$^2$)

≪解説≫

DE∥BCより，△ABC∽△ADEなので，AB：AD＝(2＋1)：2＝3：2より，△ABC：△ADE＝$3^2:2^2$＝9：4　よって，△ABC＝$\frac{9}{4}$△ADE＝$\frac{9}{4}\times 12 = 27$ (cm$^2$)

2　① $\frac{1}{4}$ (倍)　② 15 (cm$^2$)

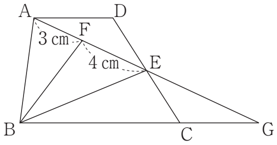
≪解説≫

① AD∥BEより，FE：AF＝BE：AD　AD＝BCより，BE：AD＝1：(1＋3)＝1：4　よって，FEはAFの$\frac{1}{4}$倍。

② BF：FD＝EF：FA＝1：4より，BF＝$\frac{1}{5}$BD　また，BG＝$\frac{1}{2}$BDより，FG＝BG－BF＝$\frac{1}{2}$BD－$\frac{1}{5}$BD＝$\frac{3}{10}$BD　よって，△AFG＝$\frac{3}{10}$△ABD＝$\frac{3}{10}\times\left(\frac{1}{2}\times 10^2\right)$＝15 (cm$^2$)

3　$\frac{2}{7}$ (倍)

≪解説≫




右図のように，AEの延長線とBCの延長線との交点をGとする。△AEDと△GECは，ED＝EC，∠AED＝∠GEC，AD∥CGより，∠EDA＝∠ECGだから，合同となる。したがって，台形ABCD＝△AED＋四角形ABCE＝△GEC＋四角形ABCE＝△ABGで，GE＝AE＝3＋4＝7 (cm)だから，AG＝14cm　よって，EF：AG＝4：14＝2：7より，△BEFの面積は，台形ABCDの面積の$\frac{2}{7}$倍。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　2

**4**　$\dfrac{60}{7}$ ($cm^2$)

≪解説≫

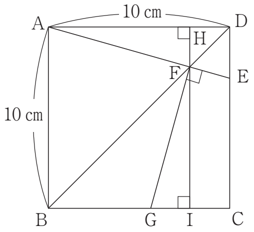
線分 FC をひくと，AF：FG ＝ 2：1 より，$\triangle AFC = \triangle AGC \times \dfrac{2}{2+1} = 30 \times \dfrac{2}{3} = 20$ ($cm^2$)　ここで，BF：FD ＝ 3：4 より，△ABF ＝ S とおくと，$\triangle AFD = \dfrac{4}{3}S$ で，△CBF ＝ T とおくと，$\triangle CFD = \dfrac{4}{3}T$　これより，△ABF ＋△CBF ＝ S ＋ T，$\triangle AFD + \triangle CFD = \dfrac{4}{3}S + \dfrac{4}{3}T = \dfrac{4}{3}(S+T)$ なので，(△ABF ＋△CBF)：(△AFD ＋△CFD) ＝ $1 : \dfrac{4}{3} = 3 : 4$　よって，△AFD ＋△CFD ＝四角形 ABCD × $\dfrac{4}{3+4} = 50 \times \dfrac{4}{7} = \dfrac{200}{7}$ ($cm^2$) なので，$\triangle ACD = \dfrac{200}{7} - 20 = \dfrac{60}{7}$ ($cm^2$)

**5**　①　$\dfrac{4}{5}$ (倍)　②　24 ($cm^2$)

≪解説≫

①　AB ∥ DC，AB ＝ DC より，AF：FE ＝ AB：DE ＝ DC：DE ＝ 4：1　よって，AF：AE ＝ 4：5 となるので，線分 AF は線分 AE の $\dfrac{4}{5}$ 倍。

②　右図のように，F を通り AB に平行な直線を引き，AD，BC との交点をそれぞれ H，I とする。△AFH と△FGI において，∠AHF ＝∠FIG ＝ 90°……㋐　∠HAF ＝ 90° －∠AFH，∠IFG ＝ 90° －∠EFI　対頂角より，∠AFH ＝∠EFI だから，∠HAF ＝∠IFG……㋑　また，HF：FI ＝ DF：FB ＝ EF：FA ＝ 1：4 だから，$HF = \dfrac{1}{5}HI = \dfrac{1}{5} \times 10 = 2$ (cm)，FI ＝ 10 － 2 ＝ 8 (cm)　△FHD は直角二等辺三角形だから，HD ＝ HF ＝ 2 cm より，AH ＝ 8 cm　よって，AH ＝ FI……㋒　㋐，㋑，㋒より，1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいことから，△AFH ≡△FGI なので，GI ＝ FH ＝ 2 cm　したがって，BG ＝ BC －(IC ＋ GI) ＝ 10 －(2 ＋ 2) ＝ 6 (cm) より，$\triangle FBG = \dfrac{1}{2} \times BG \times FI = \dfrac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$ ($cm^2$)




©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　3

**6**　(1) 16（倍）　(2) 1014（mm）　(3) ア．$\frac{a}{2}$　イ．$\sqrt{2}$　(4) 71（%）

≪解説≫

(1) A 判の紙は，その番号が 1 つ小さいと，面積は 2 倍になる。よって，A0 判の紙の面積は，A4 判の紙の面積の，$2^4 = 16$（倍）

(2) A4 判の紙は，A2 判の紙と比べると，縦の長さも横の長さも $\frac{1}{2}$ だから，周の長さも $\frac{1}{2}$ となる。よって，A4 判の紙の周の長さは，$2028 \times \frac{1}{2} = 1014$（mm）

(3) AB = EF = 1，AD = $a$，EA = $\frac{a}{2}$ なので，AB：AD = EA：EF より，$1 : a = \frac{a}{2} : 1$ が成り立つ。整理して，$\frac{a^2}{2} = 1$ より，$a^2 = 2$　$a > 0$ より，$a = \sqrt{2}$　よって，A0 判と A1 判の紙の相似比は，$\sqrt{2} : 1$ となる。

(4) A3 判の紙と A4 判の紙は相似で，相似比は $\sqrt{2} : 1$ だから，$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1.414}{2} =$ 0.707 より，71 %。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第19講　三平方の定理の利用

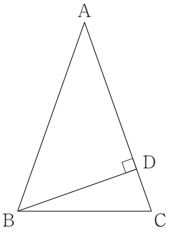
## Step 1

1　(1) $1+\sqrt{6}$ (cm)　(2) $\dfrac{8\sqrt{2}}{3}$ (cm)

≪解説≫

(1) △ACDは30°，60°の角をもつ直角三角形だから，$DC=\dfrac{1}{2}AC=\dfrac{1}{2}\times 2=1$ (cm)，$AD=\sqrt{3}DC=\sqrt{3}\times 1=\sqrt{3}$ (cm)　△ABDに三平方の定理を用いると，$BD=\sqrt{AB^2-AD^2}=\sqrt{3^2-(\sqrt{3})^2}=\sqrt{6}$ (cm)　よって，$BC=DC+BD=1+\sqrt{6}$ (cm)

(2) 右図のように，$BD\perp AC$となるとき，線分BDの長さが最も短くなる。$CD=x$ cmとして，△BCDと△BADで三平方の定理より，$BD^2$を2通りに表すと，$4^2-x^2=6^2-(6-x)^2$が成り立つ。これを解くと，$x=\dfrac{4}{3}$だから，$BD^2=4^2-\left(\dfrac{4}{3}\right)^2=\dfrac{128}{9}$　$BD>0$より，$BD=\sqrt{\dfrac{128}{9}}=\dfrac{8\sqrt{2}}{3}$ (cm)




2　$12\sqrt{3}$ (cm$^2$)

≪解説≫

△BACはBA = BC，頂角120°の二等辺三角形。点BからACにひいた垂線をBHとすると，△CBHは30°，60°の直角三角形だから，$BH=\dfrac{1}{2}BC=2$ (cm)，$CH=\sqrt{3}BH=2\sqrt{3}$ (cm)，$AC=2CH=4\sqrt{3}$ (cm)となる。AE，CEも同様に$4\sqrt{3}$ cmだから，△ACEは1辺が$4\sqrt{3}$ cmの正三角形。よって，高さは，$4\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=6$ (cm)より，求める面積は，$\dfrac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 6=12\sqrt{3}$ (cm$^2$)

3　$\dfrac{8}{5}$ (cm)

≪解説≫

$CE=BC-BE=5-2=3$ (cm)より，$AF=CE=3$ cm　$DF=\sqrt{AD^2-AF^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$ (cm)　△AFD∽△EFBで相似比は5 : 2だから，$BF=4\times\dfrac{2}{5}=\dfrac{8}{5}$ (cm)


©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

## Step　2

4　① 2 (cm)　② $\frac{23\sqrt{2}}{8}$ $(cm^2)$

≪解説≫

① △ABCは二等辺三角形で，Eが辺BCの中点なので，∠AEB = 90°　△CBDと△ABEで，∠Bは共通，∠CDB = ∠AEB = 90°より，2組の角がそれぞれ等しいので，△CBD∽△ABEとなり，DB：EB = BC：BA　よって，DB：3 = 6：9となり，9DB = 18より，DB = 2 (cm)

② △CBDにおいて，CD = $\sqrt{BC^2 - DB^2} = \sqrt{6^2 - 2^2} = 4\sqrt{2}$ (cm)　△CBDと△CFEで，∠BCD = ∠FCE，∠CDB = ∠CEF = 90°より，2組の角がそれぞれ等しいので，△CBD∽△CFEとなり，CD：CE = DB：EF　したがって，$4\sqrt{2}$：3 = 2：EFとなり，$4\sqrt{2}$EF = 6より，EF = $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ (cm)　よって，四角形DBEF = △CBD − △CFE = $\frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 2 - \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{3\sqrt{2}}{4} = 4\sqrt{2} - \frac{9\sqrt{2}}{8} = \frac{23\sqrt{2}}{8}$ $(cm^2)$

5　ア．9：16　イ．3　ウ．$\frac{25}{6}$

≪解説≫

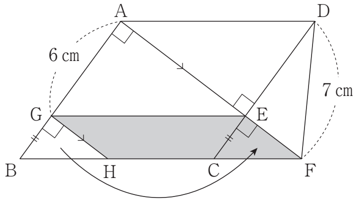
△PBR∽△PQSで，PB = $\frac{1}{2}$AB = $\frac{1}{2} \times 6 = 3$ (cm)，PQ = BC = 4 cm　よって，△PBRと△PQSの相似比は3：4だから，面積比は，$3^2 : 4^2 = 9 : 16$　また，PS = $x$ cmとすると，CS = PS = $x$ cmだから，QS = CS − CQ = $x - 3$ (cm)　△PQSに三平方の定理を用いて，$PS^2 = PQ^2 + QS^2$より，$x^2 = 4^2 + (x - 3)^2$　展開して整理すると，$6x = 25$　よって，$x = \frac{25}{6}$

## Step　3

6　$6\sqrt{13}$ $(cm^2)$

≪解説≫

DE = AG = 6 cmより，△DEFで，EF = $\sqrt{7^2 - 6^2} = \sqrt{13}$ (cm)　ここで，右図のように，点GからAFに平行な直線を引き，BCとの交点をHとすると，△BGH ≡ △CEFになるので，四角形HFEGは四角形BCEGと面積が等しい。このとき，四角形HFEGは平行四辺形で，AB // DCより，∠BAE = ∠DEA = 90°なので，四角形HFEGの底辺をEFとすると，高さはAG。よって，求める面積は，$\sqrt{13} \times 6 = 6\sqrt{13}$ $(cm^2)$




©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

7 (1) 15°　(2) ① $\frac{25}{9}$（倍）　② $6\pi$（cm$^2$）

≪解説≫

(1) $\angle CSR = \angle ASP = 30°$　SR = SCより，$\angle SRC = \frac{180° - 30°}{2} = 75°$　よって，$\angle CRQ = 90° - 75° = 15°$

(2) ① △SPCで，$\angle SCP = 90°$，SP = SA = 10cm，PC = 10 − 2 = 8（cm）だから，三平方の定理より，$SC = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$（cm）　△SAPと△SCRで，SA：SC = SP：SR = 5：3，$\angle ASP = \angle CSR$より，2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから，△SAP ∽ △SCR　よって，相似比は5：3より，面積比は，△SAP：△SCR = $5^2 : 3^2$ = 25：9となるから，△SAPの面積は△SCRの面積の $\frac{25}{9}$ 倍。② CS = CR = RSより，$\angle CSR = 60°$だから，図3では60°回転させたことになる。また，$SB = \sqrt{10^2 + 6^2} = \sqrt{136}$（cm）　ここで，線分BS，QSを引くと，図3の図形全体の面積は，△ABS + △SQR + おうぎ形SBQ = $\frac{1}{2} \times 6 \times 10 \times 2 + \pi \times (\sqrt{136})^2 \times \frac{60}{360} = \frac{68}{3}\pi + 60$（cm$^2$）この面積から長方形PQRSとおうぎ形SAPの面積をひけば求める面積となる。よって，$\frac{68}{3}\pi + 60 - 6 \times 10 - \pi \times 10^2 \times \frac{60}{360} = 6\pi$（cm$^2$）

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第20講　円・円周角

## Step 1

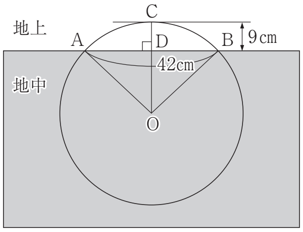
1　$45^\circ + \dfrac{a^\circ}{2}$

≪解説≫

線分 BC，OD の交点を F とする。線分 AB は円 O の直径で，$\angle ACB = 90^\circ$ なので，$\angle OFB = \angle ACB = 90^\circ$ より，AE ∥ OD　よって，同位角は等しいから，$\angle CED = \angle ODB$
ここで，△OBF において，$\angle BOF = 180^\circ - 90^\circ - a^\circ = 90^\circ - a^\circ$　また，OB ＝ OD より，△OBD は二等辺三角形だから，$\angle CED = \angle ODB = \{180^\circ - (90^\circ - a^\circ)\} \div 2 = 45^\circ + \dfrac{a^\circ}{2}$

2　29（cm）

≪解説≫




右図のように，この丸太の切り口の円の中心を O とし，弦を AB，地上に出ている部分の高さを CD とすると，△OAB は二等辺三角形なので，$AD = \dfrac{1}{2}AB = \dfrac{1}{2} \times 42 = 21$（cm）
また，△OAD は直角三角形で，OA ＝ $x$ cm とすると，OD ＝ $(x - 9)$ cm になるので，三平方の定理より，$x^2 = (x - 9)^2 + 21^2$ が成り立つ。$x^2 = x^2 - 18x + 81 + 441$ より，$18x = 522$　よって，$x = 29$ より，丸太の切り口の半径は 29cm。

3　32（$cm^2$）

≪解説≫

△AOF と△AGB において，共通な角より，$\angle OAF = \angle GAB$　また，条件より，$\angle AOF = 90^\circ$ で，AB は直径だから，$\angle AGB = 90^\circ$ なので，$\angle AOF = \angle AGB$　これより，△AOF ∽△AGB　ここで，OF ＝ FE ＝ $r$ cm とすると，OA ＝ OB ＝ OE ＝ $2r$ cm　さらに，$AF = \sqrt{OA^2 + OF^2} = \sqrt{(2r)^2 + r^2} = \sqrt{5}r$ (cm)　よって，△AOF と△AGB の相似比は，$AF : AB = \sqrt{5}r : 4r = \sqrt{5} : 4$ だから，面積比は，$(\sqrt{5})^2 : 4^2 = 5 : 16$ となり，$\triangle AGB = 10 \times \dfrac{16}{5} = 32$（$cm^2$）

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　2

**4**　① $180 - a$（度）　② $2\sqrt{3}$（cm）

≪解説≫

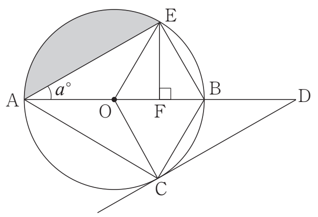
① △ABC は，AB = BC の二等辺三角形だから，∠BAC = ∠BCA　また，$\overset{\frown}{CD}$の円周角だから，∠CAD = ∠CBD　よって，∠BAD = ∠BAC + ∠CAD = ∠BCA + ∠CBD　△BCE の内角の和より，∠BCA + ∠CBD = 180° − $a$° だから，∠BAD = 180° − $a$°

② 円の中心を O とし，O と B，O と D をそれぞれ結ぶ。∠BEC = 60° のとき，∠BAD = 180° − 60° = 120°　よって，$\overset{\frown}{BCD}$の中心角は，120° × 2 = 240° だから，∠BOD = 360° − 240° = 120°　これより，△BOD は，OB = OD = 2 cm，∠BOD = 120° の二等辺三角形である。O から BD に垂線 OH を引くと，△BOH ≡ △DOH となるから，△BOH は 30°，60° の角をもつ直角三角形である。したがって，BH = $\frac{\sqrt{3}}{2}$OB = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ × 2 = $\sqrt{3}$（cm）より，BD = 2BH = $2\sqrt{3}$（cm）

**5**　(1) $45 - \frac{a}{2}$（度）　(2) $\frac{4}{3}\pi - \sqrt{3}$（cm$^2$）

≪解説≫

(1) 右図のように点 O と点 C を結ぶと，∠OCD = 90°　また，CD ∥ AE より，∠ODC = ∠EAB = $a$°　△OCD の内角の和より，∠DOC = 180° − 90° − $a$° = 90° − $a$° だから，円周角の定理より，∠BAC = $\frac{1}{2}$∠DOC = $45° - \frac{a°}{2}$




(2) ∠EBA = 60° のとき，△OBE は 1 辺が 2 cm の正三角形なので，上図のように E から OB に垂線 EF をひくと，EF = 2 × $\frac{\sqrt{3}}{2}$ = $\sqrt{3}$（cm）　これより，△AOE = $\frac{1}{2}$ × OA × EF = $\frac{1}{2}$ × 2 × $\sqrt{3}$ = $\sqrt{3}$（cm$^2$）　∠AOE = 180° − 60° = 120° より，おうぎ形 OAE = $\pi \times 2^2 \times \frac{120}{360} = \frac{4}{3}\pi$（cm$^2$）なので，求める面積は，$\frac{4}{3}\pi - \sqrt{3}$（cm$^2$）

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

## Step　3

**6** (1) 54 (度)　(2) $\frac{1}{18}\pi a$ (cm)

≪解説≫

(1) $\overset{\frown}{AB} = 10\pi \times \frac{1}{2} = 5\pi$ (cm) より，$\overset{\frown}{CD} : \overset{\frown}{AB} = 2\pi : 5\pi = 2 : 5$　これより，$\overset{\frown}{CD}$に対する中心角は，$180° \times \frac{2}{5} = 72°$で，$\overset{\frown}{CD}$に対する円周角は，$72° \times \frac{1}{2} = 36°$だから，$\angle CAE = 36°$　また，線分ABは直径だから，$\angle ACE = 90°$　よって，△ACEにおいて，$\angle AEC = 180° - (90° + 36°) = 54°$

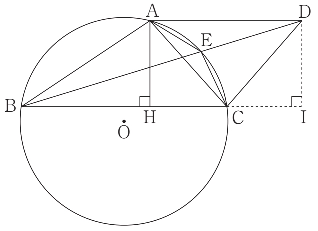
(2) △AEBの内角と外角の関係より，$\angle EBA + \angle EAB = \angle AEC = a°$　つまり，$\overset{\frown}{AC}$に対する円周角と$\overset{\frown}{BD}$に対する円周角の和が$a°$となるから，$\overset{\frown}{AC}$に対する中心角と$\overset{\frown}{BD}$に対する中心角の和は，$2a°$。よって，$\overset{\frown}{AC}$と$\overset{\frown}{BD}$の長さの和は，$5\pi \times \frac{2a}{180} = \frac{1}{18}\pi a$ (cm)

**7** (1) (AD =) 6 (cm)　(AH =) $\sqrt{11}$ (cm)　(2) $2\sqrt{33}$ (cm)
(3) (△ABD : △EAC =) 33 : 5

≪解説≫

(1) BDは∠ABCの二等分線だから，∠ABD = ∠CBD　AD∥BCより，∠ADB = ∠CBD
よって，∠ABD = ∠ADBとなり，△ABDは二等辺三角形だから，AD = AB = 6 cm
また，台形ABCDの面積について，$\frac{1}{2} \times (6 + 8) \times AH = 7\sqrt{11}$が成り立つから，これを解いて，$AH = \sqrt{11}$ (cm)

(2) 右図のように点DからBCの延長線上に垂線DIを下ろすと，$HI = AD = 6$ cm, $DI = AH = \sqrt{11}$cm　また，△ABHで三平方の定理より，$BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{6^2 - (\sqrt{11})^2} = 5$ (cm)　よって，$BI = BH + HI = 5 + 6 = 11$ (cm)だから，△DBIで，$BD = \sqrt{BI^2 + DI^2} = \sqrt{11^2 + (\sqrt{11})^2} = 2\sqrt{33}$ (cm)



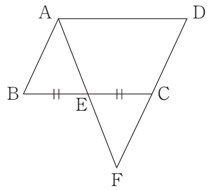

(3) $\overset{\frown}{AE}$に対する円周角より，∠ACE = ∠ABD，$\overset{\frown}{CE}$に対する円周角より，∠CAE = ∠CBDで，仮定より，∠ABD = ∠CBDだから，∠ACE = ∠CAE　これより，△EACは△ABDと相似な二等辺三角形とわかる。$HC = BC - BH = 8 - 5 = 3$ (cm)より，△ACHで，$AC = \sqrt{AH^2 + HC^2} = \sqrt{(\sqrt{11})^2 + 3^2} = 2\sqrt{5}$ (cm)　よって，△ABDと△EACの相似比は，$BD : AC = 2\sqrt{33} : 2\sqrt{5} = \sqrt{33} : \sqrt{5}$となるから，求める面積比は，$(\sqrt{33})^2 : (\sqrt{5})^2 = 33 : 5$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第21講　合同の証明

## Step　1

**1**　Ⅰ．ウ　Ⅱ．イ　Ⅲ．エ




≪解説≫

問題文の条件を図示すると，右図のようになる。仮定と，平行線の性質などを利用して合同を証明する。

**2**　(1) ア．対辺　イ．(∠) DBE

(2)　△ABC と△DCB で，

共通な辺より，BC = CB……⑥

①より，同位角は等しいから，∠ACB = ∠DEC……⑦

⑤，⑦より，∠ACB = ∠DBC……⑧

④，⑥，⑧より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，△ABC ≡△DCB

対応する辺より，AB = DC

## Step　2

**3**　a. 90　b. 180　ⅠⅡⅢ．ウ

**4**　(1) (例) (a) ア　(b) オ　(c) カ　(d) 2 辺とその間の角　(e) エ

(2)　(△CAF と△CGF において,)

CF = CF (共通)……⑤

仮定より，∠ACF = ∠GCF……⑥，∠AFC = ∠GFC = 90°……⑦

⑤，⑥，⑦より，

1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，△CAF ≡△CGF

よって，AF = GF……⑧

△AGC において，④，⑧より，中点連結定理から，FD = $\frac{1}{2}$GC

≪解説≫

(1) 仮定より，BA = BC，∠ABD = ∠CBD で，BD は共通なので，2 辺とその間の角がそれぞれ等しいことより，△BAD ≡△BCD が言えて，AD = CD となる。また，△ABC は BA = BC の二等辺三角形なので，∠BAD = ∠BCD，∠BDA = ∠BDC = 90°　これらを利用して，△BAD ≡△BCD を説明する方法もある。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　3

**5**　（証明）（例）△ABD と△CBP において，

仮定より，BA ＝ BC……①　BD ＝ BP……②

また，∠ABD ＝∠ABC ＋∠CBD ＝ 60° ＋∠CBD……③

∠CBP ＝∠DBP ＋∠CBD ＝ 60° ＋∠CBD……④

③，④より，∠ABD ＝∠CBP……⑤

①，②，⑤より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，△ABD ≡△CBP

よって，∠BAD ＝∠BCP……⑥

△ABC は正三角形だから，∠ABC ＝∠BAD……⑦

⑥，⑦より，∠ABC ＝∠BCP で，錯角が等しくなるから，AB ∥ CP

**6**　(1)　（証明）△BEC と△FEC において，

仮定より，EB ＝ EF……①　CE は共通……②

点 C を中心とする円の半径より，CB ＝ CF……③

①，②，③より，3 辺がそれぞれ等しいので，△BEC ≡△FEC

よって，∠BEC ＝∠FEC

(2)　（証明）△GBE と△GDC において，

BE ∥ DC より，BE：DC ＝ BG：DG

BE ＝ $\frac{1}{2}$AB で，DC ＝ AB より，BE：DC ＝ 1：2

よって，BG：DG ＝ 1：2……①

また，仮定より，EA ＝ EB，EB ＝ EF なので，

△AEF は，EA ＝ EF の二等辺三角形。

よって，∠EAF ＝∠EFA

∠BEF ＝∠EAF ＋∠EFA なので，∠EAF ＝ $\frac{1}{2}$ ∠BEF

ここで，(1)より，∠BEC ＝∠FEC なので，∠BEC ＝ $\frac{1}{2}$ ∠BEF

よって，∠EAF ＝∠BEC となり，同位角が等しいので，EC ∥ AH……②

さらに，△BAH において，②より，EG ∥ AH なので，

BG：GH ＝ BE：EA ＝ 1：1

よって，BG ＝ GH……③

①，③より，HD ＝ DG − GH ＝ 2BG − BG ＝ BG……④

③，④より，BG ＝ GH ＝ HD

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第22講　相似の証明

## Step 1

1 ①(ア) ACD　(イ) ECD　(ウ) 90　(エ) 2組の角　② (AB =) 12 (m)

≪解説≫

② ①より，△ABC ∽△EFC なので，AB：EF = BC：FC が成り立つ。

よって，AB：1.5 = 16：2 となり，2AB = 24 より，AB = 12 (m)

2 a. ≡　Ⅰ．ウ　Ⅱ．キ

## Step 2

3 (1) ア．EF　イ．錯角　ウ．円周角　エ．∠CAG　オ．2組の角がそれぞれ等しい

(2) $9-3\sqrt{2}$ (cm)

≪解説≫

(2) HF = $x$ cm とすると，AH = 6 + $x$ (cm)　△GHF ∽△AHG より，GH：AH = HF：HG が成り立つので，3：(6 + $x$) = $x$：3 より，$x(6+x)=9$ となり，$x^2+6x-9=0$

解の公式より，$x=\dfrac{-6\pm\sqrt{6^2-4\times1\times(-9)}}{2\times1}=\dfrac{-6\pm\sqrt{72}}{2}=\dfrac{-6\pm6\sqrt{2}}{2}=$

$-3\pm3\sqrt{2}$　$x>0$ より，$x=-3+3\sqrt{2}$　また，FC = AF = 6 cm　よって，HC = FC − HF = $6-(-3+3\sqrt{2})=9-3\sqrt{2}$ (cm)

4 〈1〉(ア) ∠FAE　(イ) 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい

〈2〉共通だから，∠BAH =∠GAE……④

③より，相似な図形では対応する角は等しいから，∠ABH =∠AFE……⑤

$\overset{\frown}{AE}$に対する円周角だから，∠AFE =∠AGE……⑥

⑤，⑥より，∠ABH =∠AGE……⑦

④，⑦より，2組の角がそれぞれ等しいから，△AHB ∽△AEG

よって，∠AHB =∠AEG　AG は直径だから，∠AEG = 90°

## Step 3

5 (証明) △ABC と△EFC において，

AB ∥ DC より，錯角が等しいから，∠BAC =∠ACD……①

AC = AE より，∠ACD =∠FEC……②

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

①，②より，∠BAC＝∠FEC……③

また，AE＝9cm，AF＝7cmより，EF＝9－7＝2（cm）

△ACEは二等辺三角形より，頂点から底辺にひいた垂線は底辺を二等分するから，

EC＝2CD＝2×3＝6（cm）

これより，AB：AC＝EF：EC＝1：3……④

③，④より，2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから，△ABC∽△EFC

6 （証明）△ACDと△FGEにおいて，

半円の弧に対する円周角だから，∠ACB＝90°で，

3点B，C，Dは一直線上にあるから，∠ACD＝90°……①

仮定より，∠FGE＝90°……②

①，②より，∠ACD＝∠FGE……③

また，△ABDはAB＝ADの二等辺三角形だから，∠ADC＝∠ABC……④

$\overset{\frown}{AC}$に対する円周角だから，∠FEG＝∠ABC……⑤

④，⑤より，∠ADC＝∠FEG……⑥

よって，③，⑥より，2組の角がそれぞれ等しいから，△ACD∽△FGE

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第23講　立体図形の計量

## Step 1

1　問1．3（本）　問2．32（$cm^3$）　問3．（∠DBF ＝）60°　問4．$8\sqrt{3}$（$cm^2$）

問5．$\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$（cm）

≪解説≫

問1．辺CF，辺EF，辺DFの3本。

問2．$\left(\dfrac{1}{2}\times 4\times 4\right)\times 4 = 32$（$cm^3$）

問3．線分BD，DF，FBはすべて，等しい辺が4cmの直角二等辺三角形の斜辺だから，長さは$4\sqrt{2}$cm。よって，△DBFは正三角形なので，∠DBF ＝ 60°

問4．1辺の長さが$4\sqrt{2}$cmの正三角形の高さは，$4\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{6}$（cm）　よって，

△BDF ＝ $\dfrac{1}{2}\times 4\sqrt{2}\times 2\sqrt{6} = 8\sqrt{3}$（$cm^2$）

問5．三角すいBDEFの体積は，$\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{1}{2}\times 4\times 4\right)\times 4 = \dfrac{32}{3}$（$cm^3$）　線分EHは，三角すいBDEFにおいて，底面を△BDFとしたときの高さなので，線分EHの長さを$x$cmとすると，$\dfrac{1}{3}\times 8\sqrt{3}\times x = \dfrac{32}{3}$が成り立つ。これを解くと，$x = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

2　(1) ア・カ　(2) ① $5\sqrt{13}$（$cm^2$）　②（$x$の値）$\dfrac{8}{3}$

≪解説≫

(1) 辺AD，辺AEは面BFGCに平行，辺BF，辺FGは面BFGCにふくまれる。

(2) ① △ADEに三平方の定理を用いると，DE ＝ $\sqrt{AD^2 + AE^2} = \sqrt{4^2 + 6^2} = 2\sqrt{13}$（cm）　よって，△DEF ＝ $\dfrac{1}{2}\times EF\times DE = \dfrac{1}{2}\times 5\times 2\sqrt{13} = 5\sqrt{13}$（$cm^2$）

② IJ ∥ ADより，IJ：AD ＝ EI：EA　EI ＝（$6 - x$）cmだから，IJ：4 ＝（$6 - x$）：6より，IJ ＝ $\dfrac{2}{3}(6 - x)$（cm）　また，JK ∥ EFより，JK：EF ＝ DJ：DE ＝ AI：AE

よって，JK：5 ＝ $x$：6より，JK ＝ $\dfrac{5}{6}x$（cm）　IJ ＝ JKだから，$\dfrac{2}{3}(6 - x) = \dfrac{5}{6}x$

これを解いて，$x = \dfrac{8}{3}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　2

**3**　(1) $2\sqrt{2}$ (cm)　(2) $\dfrac{6\sqrt{11}}{11}$ (cm)　(3) $\dfrac{32\sqrt{2}}{11}$ ($cm^3$)

≪解説≫

(1) △ABCは，AB = ACの二等辺三角形で，Hは辺BCの中点だから，AH ⊥ BCとなる。よって，$AH = \sqrt{AC^2 - CH^2} = \sqrt{3^2 - 1^2} = 2\sqrt{2}$ (cm)

(2) △DPGと△DAHは，∠DPG = ∠DAH = 90°，∠Dが共通だから，相似となる。よって，DP : DA = DG : DH　DG = AD − AG = 6 − 4 = 2 (cm)，$DH = \sqrt{AD^2 + AH^2} = \sqrt{6^2 + (2\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{11}$ (cm)より，$DP : 6 = 2 : 2\sqrt{11}$　$2\sqrt{11}DP = 12$より，$DP = \dfrac{6}{\sqrt{11}} = \dfrac{6\sqrt{11}}{11}$ (cm)

(3) 三角すいPEFHの体積は，(三角すいHDEF) − (三角すいPDEF)で求められる。△DEF = △ABC = $\dfrac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ ($cm^2$)だから，三角すいHDEF = $\dfrac{1}{3} \times 2\sqrt{2} \times 6 = 4\sqrt{2}$ ($cm^3$)　また，DP : DH = $\dfrac{6\sqrt{11}}{11} : 2\sqrt{11} = 3 : 11$だから，三角すいPDEFと三角すいHDEFは，△DEFを底面としたときの高さの比が3 : 11となり，体積の比も3 : 11となる。これより，三角すいPDEF = $4\sqrt{2} \times \dfrac{3}{11} = \dfrac{12\sqrt{2}}{11}$ ($cm^3$)

よって，三角すいPEFH = $4\sqrt{2} - \dfrac{12\sqrt{2}}{11} = \dfrac{32\sqrt{2}}{11}$ ($cm^3$)

## Step　3

**4**　1. $6\sqrt{2}$ (cm)　2. 3.5 (cm)　3. $\dfrac{15\sqrt{2}}{4}\pi$ (cm)　4. $\dfrac{316}{3}$ ($cm^3$)

≪解説≫

1. △EFGは直角二等辺三角形だから，EF : EG = 1 : $\sqrt{2}$　よって，EG = $\sqrt{2}$EF = $6\sqrt{2}$ (cm)

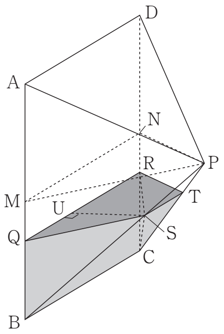
2. 容器に入れた水の体積は，6 × 6 × 5.5 = 198 ($cm^3$)で，正四角錐の体積は，$6 \times 6 \times 3 \times \dfrac{1}{3} = 36$ ($cm^3$)　直方体の部分にある水の体積は，198 − 36 = 162 ($cm^3$)だから，その部分の水の深さは，162 ÷ (6 × 6) = 4.5 (cm)　よって，求める高さは，8 − 4.5 = 3.5 (cm)

3. 2本の対角線AC，BDの交点をI，辺ABの中点をMとする。PI = IM = 3 cmより，△PMIは直角二等辺三角形とわかるから，PM = $3\sqrt{2}$ cm　よって，求める長さは，半径が$3\sqrt{2}$ cm，中心角が，45° + 180° = 225°のおうぎ形の弧の長さだから，2 × π ×

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

$3\sqrt{2} \times \frac{225}{360} = \frac{15\sqrt{2}}{4}\pi$ (cm)

4. 右図のように，AB，CDの中点をそれぞれM，Nとし，水がAB，CD，PB，PCと交わる点をそれぞれQ，R，S，Tとする。台形QRTSについて考えると，ST：BC = PS：PB = MQ：MB = 1：3より，TS = $\frac{1}{3}$BC = 2 (cm)　また，SからQRに垂線SUをひくと，∠SQU = ∠PMN = 45°だから，△SQUは直角二等辺三角形となり，SU = QU = (QR − ST) ÷ 2 = (6 − 2) ÷ 2 = 2 (cm)　ここで，立体BC―QRTSを四角すいS―QBCRと三角すいC―RSTに分けると，四角すいS―QBCRの体積は，長方形QBCR × SU × $\frac{1}{3}$ = 2 × 6 × 2 × $\frac{1}{3}$ = 8 (cm$^3$)　三角すいC―RSTの体積は，△RST × RC × $\frac{1}{3}$ = 2 × 2 × $\frac{1}{2}$ × 2 × $\frac{1}{3}$ = $\frac{4}{3}$ (cm$^3$)　よって，立体BC―QRTSの体積は，8 + $\frac{4}{3}$ = $\frac{28}{3}$ (cm$^3$)　直方体の部分に入っている水の体積は，8 × 6 × 2 = 96 (cm$^3$)だから，求める水の体積は，$\frac{28}{3}$ + 96 = $\frac{316}{3}$ (cm$^3$)




©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第24講　円錐・球

## Step 1

1　① イ　② $12\pi$ (cm$^3$)　③（半径）5 (cm)　（中心角）216°

≪解説≫

② $\dfrac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4 = 12\pi$ (cm$^3$)

③ 円錐の側面となるおうぎ形の半径は円錐の母線の長さで，三平方の定理より，$\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ (cm)　おうぎ形の中心角を $x$° とすると，おうぎ形の弧の長さは底面の円周と等しいから，$2\pi \times 5 \times \dfrac{x}{360} = 2\pi \times 3$ が成り立つ。これを解いて，$x = 216$

2　$12\pi$ (cm$^3$)

≪解説≫

長方形 ABCD を直線 $\ell$ を軸として 1 回転させてできる立体は円柱で，その体積は，$\pi \times 2^2 \times 4 = 16\pi$ (cm$^3$)　また，△BCE を同様に回転させてできる立体は円すいで，その体積は，$\dfrac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 3 = 4\pi$ (cm$^3$)　よって，求める体積は，$16\pi - 4\pi = 12\pi$ (cm$^3$)

3　(1) $320\pi$ (cm$^3$)　(2) 48 (個)

≪解説≫

(1) $\pi \times 8^2 \times 5 = 320\pi$ (cm$^3$)

(2) 容器に入れたビー玉全部の体積の和は，$\pi \times 8^2 \times 1 = 64\pi$ (cm$^3$)　半径 1 cm のビー玉 1 個の体積は，$\dfrac{4}{3} \times \pi \times 1^3 = \dfrac{4}{3}\pi$ (cm$^3$) なので，容器に入れたビー玉は，$64\pi \div \dfrac{4}{3}\pi = 48$ (個)

## Step 2

4　問 1.　$20\pi$ (cm)　問 2.　6 (cm)　問 3.　$\sqrt{42}$ (cm)

≪解説≫

問 1.　$2\pi \times 10 = 20\pi$ (cm)

問 2.　おもりの底面の円周の長さは，$20\pi \times 3 \times \dfrac{1}{5} = 12\pi$ (cm) だから，おもりの底面の半径を $r$ cm とすると，$2\pi r = 12\pi$ が成り立つ。これを解くと。$r = 6$

問 3.　円錐の高さは三平方の定理より，$\mathrm{OP} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$ (cm)　図 2 において，水の深さは，$2 \times 2 = 4$ (cm) だから，円錐のうち，水面から出ている部分の高さは，$8 - 4 =$

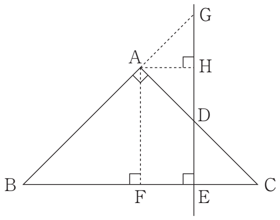
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4 (cm)　また，円錐全体と水面から出ている部分は相似になり，相似比は高さの比と等しく，8：4 = 2：1 なので，体積比は，$2^3 : 1^3 = 8 : 1$　これより，円錐全体と水に沈んでいる部分との体積比は，8：(8 − 1) = 8：7　円錐の体積は，$\frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 8 = 96\pi$ ($cm^3$)だから，水に沈んでいる部分の体積は，$96 \times \frac{7}{8} = 84\pi$ ($cm^3$)で，この体積が水そう，4 − 2 = 2 (cm)分の体積と等しい。よって，水そうの底面の半径を $x$ cm とすると，$\pi \times x^2 \times 2 = 84\pi$ が成り立つので，これを解くと，$x = \pm\sqrt{42}$　$x > 0$ より，$x = \sqrt{42}$

**5**　① $9\pi$ ($cm^2$)　② $\frac{25}{3}\pi$ ($cm^3$)

≪解説≫

① 右図のように，BC の中点を F とすると，BF = FC = 2 cm で，DE ∥ AF より，FE：EC = AD：DC = 1：1 なので，FE = EC = 1 cm　よって，BE = BF + FE = 2 + 1 = 3 (cm)　求める面積は，半径が BE の円の面積になるので，$\pi \times 3^2 = 9\pi$ ($cm^2$)




② 上図のように，直線 AB と直線 DE の交点を G とし，A から直線 DE に垂線をひいて交点を H とすると，△GAH と△DAH は合同な直角二等辺三角形なので，求める立体の体積は，△GBE を回転してできる円すいの体積から，△GAH を回転してできる円すいの体積の 2 倍をひけばよい。△GBE は直角二等辺三角形なので，GE = BE = 3 cm　また，AH = FE = 1 cm なので，GH = AH = 1 cm　よって，$\frac{1}{3} \times 9\pi \times 3 - \left\{\frac{1}{3} \times (\pi \times 1^2) \times 1\right\} \times 2 = \frac{25}{3}\pi$ ($cm^3$)

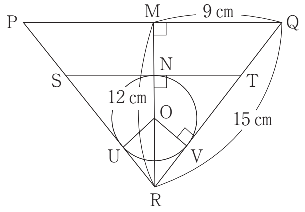
## Step　3

**6**　① $36\pi$ ($cm^3$)　② $\frac{12}{5}$ (cm)

≪解説≫

① 半径 3 cm の球の体積は，$\frac{4}{3} \times \pi \times 3^3 = 36\pi$ ($cm^3$)

② B の容器は，底面が半径 9 cm の円，高さが 12cm の円すいだから，母線の長さは，$\sqrt{9^2 + 12^2} = 15$ (cm)　図Ⅱの円すいを底面の直径を含む平面で，底面と垂直に切った切断面は右図のようになり，△QMR は，QM：MR：RQ = 9：12：15 = 3：4：5　△OVR ∽△QMR より，$RO = \frac{5}{3}OV = \frac{5}{3} \times 3 = 5$ (cm)　よって，NR = 3 + 5 = 8 (cm)　また，△TNR ∽△QMR も言えるか






©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

124K02

ら，TN $= \frac{3}{4}$NR $= \frac{3}{4} \times 8 = 6$ (cm)　よって，水が入っている部分の円すいの体積は，$\frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 8 = 96\pi$ ($cm^3$)　このうち，球の体積が $36\pi cm^3$ だから，容器 A の水の体積は，$96\pi - 36\pi = 60\pi$ ($cm^3$) となる。よって，容器 A の水面の高さを $h$ cm とすると，$\pi \times 5^2 \times h = 60\pi$ より，$h = \frac{12}{5}$

7　(1) (AB =) 5 (cm)　(表面積) 84 ($cm^2$)　(2) $\frac{3\sqrt{7}}{7}$ (cm)

(3) (点 O を中心とする球の体積：点 P を中心とする球の体積＝) 343：1

≪解説≫

(1) BD $= \sqrt{2}$BC $= 6\sqrt{2}$ (cm)，BH $= \frac{1}{2}$BD $= 3\sqrt{2}$ (cm)　△ABH は直角三角形だから，三平方の定理より，AB $= \sqrt{AH^2 + BH^2} = \sqrt{(\sqrt{7})^2 + (3\sqrt{2})^2} = 5$ (cm)　また，△ABC は二等辺三角形で点 M は BC の中点だから，∠AMB = 90° となり，BM $= \frac{1}{2}$BC $= 3$ (cm) より，△ABM で，AM $= \sqrt{AB^2 - BM^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ (cm)　よって，正四角錐の表面積は，$6^2 + \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 4\right) \times 4 = 84$ ($cm^2$)

(2) △AMN $= \frac{1}{2} \times$ MN $\times$ AH $= \frac{1}{2} \times 6 \times \sqrt{7} = 3\sqrt{7}$ ($cm^2$)　球 O の半径を $t$ cm とすると，Ⅱ図において，△AMO，△MNO，△NAO の底辺を AM，MN，NA としたときの高さはすべて $t$ cm なので，△AMN ＝△AMO ＋△MNO ＋△NAO $= \frac{1}{2} \times 4 \times t + \frac{1}{2} \times 6 \times t + \frac{1}{2} \times 4 \times t = 7t$ ($cm^2$) と表せる。よって，$7t = 3\sqrt{7}$ より，$t = \frac{3\sqrt{7}}{7}$

(3) Ⅱ図において，点 P から AM に垂線 PI を下ろすと，∠PAI ＝∠MAH，∠PIA ＝∠MHA = 90° より，△API ∽△AMH　ここで，点 P を中心とする球の半径を $r$ cm とすると，PI = PQ = $r$ cm で，QH $= \frac{3\sqrt{7}}{7} \times 2 = \frac{6\sqrt{7}}{7}$ (cm) より，AP = AH − PQ − QH $= \sqrt{7} - r - \frac{6\sqrt{7}}{7} = \frac{\sqrt{7}}{7} - r$ (cm)　また，MH $= \frac{1}{2}$MN $= 3$ (cm)　よって，AP：PI = AM：MH より，$\left(\frac{\sqrt{7}}{7} - r\right) : r = 4 : 3$ なので，$4r = \frac{3\sqrt{7}}{7} - 3r$ となり，これを解いて，$r = \frac{3\sqrt{7}}{49}$　点 O を中心とする球の半径と点 P を中心とする球の半径の比は，$\frac{3\sqrt{7}}{7} : \frac{3\sqrt{7}}{49} = 7 : 1$ となるから，求める体積の比は，$7^3 : 1^3 = 343 : 1$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第25講　最短距離の問題

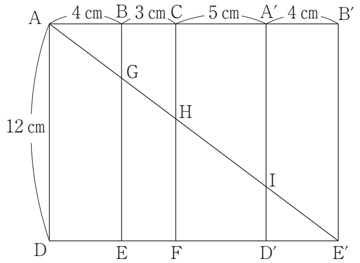
## Step 1

1 ⑴ 156（$cm^2$）　⑵ 20（cm）

≪解説≫

⑴ BC：AB：CA ＝ 3：4：5 より，△ABC は∠ABC ＝ 90° の直角三角形。よって，三角柱 ABC—DEF の表面積は，$\left(\frac{1}{2} \times 4 \times 3\right) \times 2 + 12 \times (3 + 4 + 5) = 156$（$cm^2$）

⑵ 右図は三角柱 ABC—DEF の側面の展開図に，長方形 ADEB と合同な長方形 A′D′E′B′ をかき加えたものである。AG ＋ GH ＋ HI ＋ IE の長さが最小となるのは，右図において，点 A，G，H，I，E′ が一直線上に並ぶときだから，求める長さは線分 AE′ の長さとなる。AD ＝ 12cm，DE′ ＝ DE ＋ EF ＋ FD′ ＋ D′E′ ＝ 4 ＋ 3 ＋ 5 ＋ 4 ＝ 16（cm）より，AE′ ＝ $\sqrt{12^2 + 16^2}$ ＝ 20（cm）

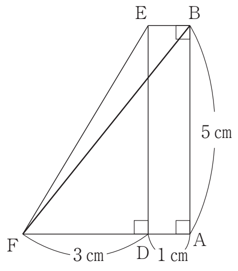



2 ア．辺 AB，辺 DE　イ．$\sqrt{41}$（cm）

≪解説≫

ア．∠BAD ＝∠BAC ＝ 90° より，辺 AB。また，∠ADE ＝∠EDF ＝ 90° より，辺 DE。

イ．三角柱の展開図の一部である右図で，線分 FB が求める糸の長さになる。よって，FB ＝ $\sqrt{FA^2 + AB^2}$ ＝ $\sqrt{(3 + 1)^2 + 5^2}$ ＝ $\sqrt{41}$（cm）




3 問 1．5（cm）　問 2．108（$cm^2$）　問 3．$50\pi$（$cm^3$）

問 4．⑴（AP：PM ＝）3：2　⑵ $\frac{63}{5}$（$cm^2$）

≪解説≫

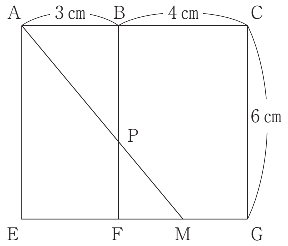
問 1．△ABC で三平方の定理より，AC ＝ $\sqrt{AB^2 + BC^2}$ ＝ $\sqrt{3^2 + 4^2}$ ＝ 5（cm）

問 2．底面積は，$3 \times 4 = 12$（$cm^2$）　側面積は，$\{(3 + 4) \times 2\} \times 6 = 84$（$cm^2$）　よって，求める表面積は，$12 \times 2 + 84 = 108$（$cm^2$）

問 3．できる円すいは，底面の半径が EG，高さが AE だから，その体積は，$\frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 6 = 50\pi$（$cm^3$）

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

問 4. (1) 頂点 A から点 M への最短経路は，右図のような直方体の展開図の一部における線分 AM で，点 P は線分 AM と辺 BF との交点になる。よって，AC ∥ EG より，AP：PM = AB：FM = $3:\left(4\times\frac{1}{2}\right)=3:2$　(2) (1)より，BP：PF = 3：2 だから，PF = $\frac{2}{5}$BF = $\frac{2}{5}\times 6=\frac{12}{5}$ (cm)　よって，台形 AEFP = $\frac{1}{2}\times\left(\frac{12}{5}+6\right)\times 3=\frac{63}{5}$ (cm$^2$)



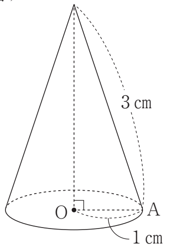

## Step 2

**4** (1) $\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$ (cm$^3$)　(2) $4\pi$ (cm$^2$)　(3) $3\sqrt{3}$ (cm)

≪解説≫

(1) 右図アの直角三角形 OAB で，三平方の定理より，OB = $\sqrt{AB^2-OA^2}=\sqrt{3^2-1^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ (cm)　よって，円すいの体積は，$\frac{1}{3}\times\pi\times 1^2\times 2\sqrt{2}=\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$ (cm$^3$)

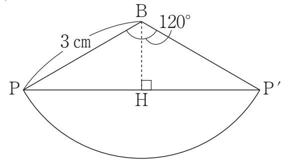
図ア




(2) 底面積は，$\pi\times 1^2=\pi$ (cm$^2$)　側面を展開すると，半径 3 cm のおうぎ形になり，おうぎ形の中心角は，$360°\times\frac{2\pi\times 1}{2\pi\times 3}=120°$　これより，側面積は，$\pi\times 3^2\times\frac{120}{360}=3\pi$ (cm$^2$)　よって，表面積は，$\pi+3\pi=4\pi$ (cm$^2$)

(3) 側面の展開図は右図イのようになり，ひもは線分 PP′ になる。点 B から PP′ に垂線 BH をひくと，△BPH は 30°，60° の直角三角形だから，PH = $\frac{\sqrt{3}}{2}$BP = $\frac{\sqrt{3}}{2}\times 3=\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (cm)

図イ




よって，PP′ = 2PH = $2\times\frac{3\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$ (cm)

**5** 問 1. 辺 BC　問 2. 9 (cm$^3$)　問 3. (次図ア)　問 4. $3\sqrt{5}$ (cm)

≪解説≫

問 1. 平行でなく交わらない 2 直線をねじれの位置にあるという。よって，辺 AD とねじれの位置にある辺は辺 BC。

問 2. △BCD を底面とすると，高さは AD だから，三角すい ABCD = $\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times 3\times 3\right)\times 6=9$ (cm$^3$)

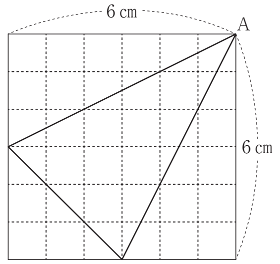


©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

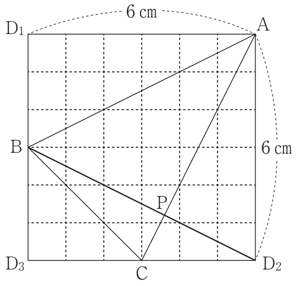
問 3. △ADB，△ADC は，直角をはさむ 2 辺が 3 cm，6 cm の直角三角形で，△BCD は等辺が 3 cm の直角二等辺三角形であることから，3 つの辺 AB，BC，CA をかき入れると，下図アのようになる。

問 4. 下図イで，3 点 B，P，$D_2$ が一直線上に並ぶとき，BP + PD の長さは最小となる。よって，求める長さは，$BD_2 = \sqrt{BD_3{}^2 + D_2D_3{}^2} = \sqrt{3^2 + 6^2} = 3\sqrt{5}$ (cm)

図ア




図イ




## Step 3

6 (1) $2\sqrt{2}$ (cm)　(2) $\sqrt{2}$ (cm)　(3) $4\sqrt{2} - 1$ ($cm^2$)　(4) $\sqrt{26}$ (cm)

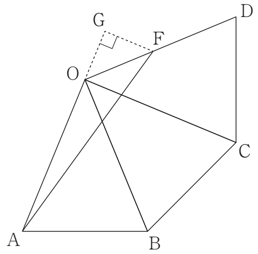
≪解説≫

(1) △OAD は，∠ODA = 90°，∠AOD = 45° より，直角二等辺三角形なので，$OD = \frac{1}{\sqrt{2}}OA = 2\sqrt{2}$ (cm)

(2) △ODE と△OEF も，△OAD と同様に直角二等辺三角形なので，$OE = \frac{1}{\sqrt{2}}OD = 2$ (cm)，$EF = \frac{1}{\sqrt{2}}OE = \sqrt{2}$ (cm)

(3) $AD = OD = 2\sqrt{2}$ cm より，$△OAC = △OAB = \frac{1}{2} \times OB \times AD = \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ ($cm^2$)　また，$OF = EF = \sqrt{2}$ cm より，$△OEF = \frac{1}{2} \times OF \times EF = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 1$ ($cm^2$)　よって，四角形 ACEF = △OAC − △OEF = $4\sqrt{2} - 1$ ($cm^2$)

(4) 側面の展開図で考えると，右図の線分 AF が求めるひもの長さになる。AO の延長線に F から垂線をひき，交点を G とすると，∠GOF = 180° − 45° × 3 = 45° なので，△OFG は直角二等辺三角形。これより，$OG = GF = \frac{1}{\sqrt{2}}OF = 1$ (cm) なので，AG = 4 + 1 = 5 (cm)　よって，直角三角形 AFG において，三平方の定理より，$AF = \sqrt{AG^2 + GF^2} = \sqrt{5^2 + 1^2} = \sqrt{26}$ (cm)




©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

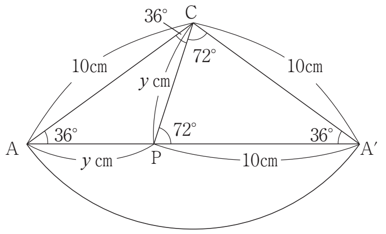
7　(ア) $3\sqrt{91}\pi$ (cm$^3$)　(イ) $\sqrt{43}$ (cm)　(ウ) $5+5\sqrt{5}$ (cm)

≪解説≫

(ア) 図1においてCとOを結ぶと，COは円すいの高さなので，AO $= 6 \div 2 = 3$ (cm)より，CO $= \sqrt{AC^2 - AO^2} = \sqrt{10^2 - 3^2} = \sqrt{91}$ (cm)　よって，求める体積は，$\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times \sqrt{91} = 3\sqrt{91}\pi$ (cm$^3$)

(イ) 点DからABに垂線DHを下ろすと，DH∥CO，BD = DCより，DH $= \frac{1}{2}$CO $= \frac{1}{2} \times \sqrt{91} = \frac{\sqrt{91}}{2}$ (cm)　また，BH $= \frac{1}{2}$BO $= \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2}$ (cm)なので，AH = AB − BH $= 6 - \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$ (cm)　よって，△ADHにおいて，AD $= \sqrt{AH^2 + DH^2} = \sqrt{\left(\frac{9}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{91}}{2}\right)^2} = \sqrt{43}$ (cm)

(ウ) 右図のようなこの円すいの側面の展開図となるおうぎ形において，図2のように引いた線の最短経路は線分AA′となる。このおうぎ形の中心角を$x°$とすると，おうぎ形の弧の長さと底面の円周は等しいから，$2 \times \pi \times 10 \times \frac{x}{360} = 6\pi$　これを解いて，$x = 108$




△ACA′は二等辺三角形だから，∠A = ∠A′ = (180° − 108°) ÷ 2 = 36°　ここで，右図のように，∠ACP = 36°となる点PをAA′上にとると，∠PAC = ∠ACP = 36°より，△APCは二等辺三角形。また，∠A′CP = 108° − 36° = 72°で，△A′CPの内角の和より，∠CPA′ = 180° − (36° + 72°) = 72°なので，△A′CPは二等辺三角形で，A′P = A′C = 10cm　これより，AP = PC = $y$ cmとおくと，AA′ = AP + A′P $= y + 10$ (cm)　△ACA′と△APCはともに底角が36°の二等辺三角形で相似なので，AC：AP = AA′：ACが成り立つことから，$10 : y = (y+10) : 10$より，$y(y+10) = 100$となり，$y^2 + 10y - 100 = 0$　解の公式より，$y = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \times 1 \times (-100)}}{2 \times 1} = -5 \pm 5\sqrt{5}$　$y > 0$より，$y = -5 + 5\sqrt{5}$なので，求める長さは，AA′ $= y + 10 = -5 + 5\sqrt{5} + 10 = 5 + 5\sqrt{5}$ (cm)

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第26講　立体の切断

## Step 1

1　(1) $18\sqrt{3}$ (cm$^2$)　(2) (体積) 72 (cm$^3$)　(高さ) $4\sqrt{3}$ (cm)

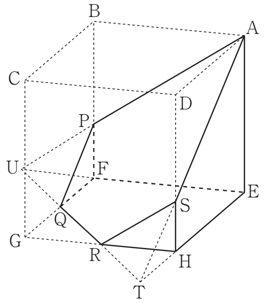
≪解説≫

(1) $AC = AF = CF = 6 \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$ (cm)なので，△AFCは正三角形となり，高さは，$6\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{6}$ (cm)　よって，求める面積は，$\frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times 3\sqrt{6} = 18\sqrt{3}$ (cm$^2$)

(2) 三角錐AFCHの体積は，立方体から三角錐ABCFの体積4つ分をひけばよいので，$6^3 - \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 6^2 \times 6\right) \times 4 = 72$ (cm$^3$)　よって，△AFCを底面としたときの高さを$h$cmとすると，$\frac{1}{3} \times 18\sqrt{3}h = 72$が成り立つので，$h = 4\sqrt{3}$ (cm)

2　(1) (TH =) 3 (cm)　(∠HRT =) 45°　(2) 75 (cm$^3$)

≪解説≫




(1) 右図において，HT∥GQ，HR = GRより，△THRは△QGRと合同な直角二等辺三角形になるので，$TH = QG = \frac{1}{2}FG = 3$ (cm)で，∠HRT = 45°

(2) (1)と同様に，2点A，Pを通る直線と，2点E，Fを通る直線との交点をUとすると，立体Xは，三角すいA—TEUから2つの合同な三角すいS—THRとP—QFUを除いたものになる。ET，EUの長さはともに，6 + 3 = 9 (cm)だから，求める体積は，$\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 9 \times 9\right) \times 6 - \left\{\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 3\right) \times 2\right\} \times 2 = 75$ (cm$^3$)

## Step 2

3　問1. $6\sqrt{2}$ (cm)　問2. (1) 6 (cm)　(2) 9 (cm$^3$)

問3. ((Xの体積)：(Yの体積) =) 7：5

≪解説≫

問1. △DEFは直角二等辺三角形だから，$EF = \sqrt{2}DE = 6\sqrt{2}$ (cm)

問2. (1) RA：RD = AP：DE = 1：2より，RA：AD = 1：(2 − 1) = 1：1となるから，AR = AD = 6cm　(2) 立体R—APQは，底面が△APQ，高さがARの三角すいだか



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

ら，その体積は，$\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 3\right) \times 6 = 9\,(\text{cm}^3)$

問 3．三角すい R―APQ と三角すい R―DEF の相似比は，1：2 だから，体積比は，$1^3 : 2^3 = 1 : 8$　これより，立体 X の体積は，$9 \times (8 - 1) = 63\,(\text{cm}^3)$　三角柱 ABC―DEF の体積は，$\left(\frac{1}{2} \times 6 \times 6\right) \times 6 = 108\,(\text{cm}^3)$ だから，立体 Y の体積は，$108 - 63 = 45\,(\text{cm}^3)$　よって，(立体 X)：(立体 Y) = 63：45 = 7：5

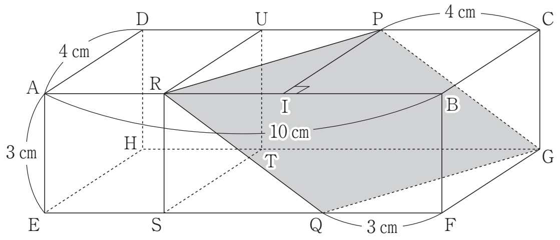
4　(1) 5 (cm)　(2) 7 (cm)　(3) ($V_1 : V_2 =$) 13：7

≪解説≫

(1) △PCG に三平方の定理を用いて，$PG = \sqrt{PC^2 + CG^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5\,(\text{cm})$　よって，RQ = PG = 5 cm

(2) 次図のように，点 P から AB に垂線 PI を引く。$QG = \sqrt{QF^2 + FG^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\,(\text{cm})$ より，PR = QG = 5 cm　△PRI について，$RI = \sqrt{PR^2 - PI^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3\,(\text{cm})$　IB = PC = 4 cm だから，RB = RI + IB = 3 + 4 = 7 (cm)

(3) 直方体を，点 R を通り面 AEHD に平行な面で切断し，次図のように，切断面を RSTU とする。AR = AB − RB = 10 − 7 = 3 (cm) だから，四角柱 AEHD―RSTU の体積は，$4 \times 3 \times 3 = 36\,(\text{cm}^3)$　また，四角柱 RSTU―BFGC において，UP = QF = 3 cm，PC = SQ = 4 cm より，四角柱 RSTU―BFGC は四角形 PRQG で二等分されている。よって，$V_2 = \frac{4 \times 3 \times 7}{2} = 42\,(\text{cm}^3)$，$V_1 = 36 + 42 = 78\,(\text{cm}^3)$ となるから，$V_1 : V_2 = 78 : 42 = 13 : 7$




## Step　3

5　$9\sqrt{2}\,(\text{cm}^3)$

≪解説≫

△ACE は 3 辺の比が $1 : 2 : \sqrt{3}$ の直角三角形なので，$CE = \frac{\sqrt{3}}{2}AC = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}\,(\text{cm})$　BE = CE より，△EBC は二等辺三角形で，点 E から BC に垂線をひき，交点を H とおくと，$CH = \frac{1}{2} \times 6 = 3\,(\text{cm})$　△EHC で三平方の定理より，$EH = \sqrt{CE^2 - CH^2} =$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

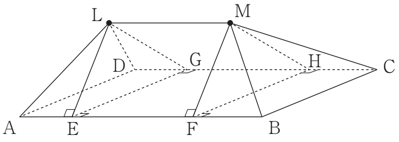
$\sqrt{(3\sqrt{3})^2 - 3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ (cm)　これより，$\triangle EBC = \frac{1}{2} \times BC \times EH = \frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$ ($cm^2$)　ここで，AE ⊥ BE，AE ⊥ CE なので，AE は△BCE に垂直で，三角錐 ABCE の底面を△EBC とすると，高さは，$AE = 6 \times \frac{1}{2} = 3$ (cm)　よって，求める体積は，$\frac{1}{3} \times \triangle EBC \times AE = \frac{1}{3} \times 9\sqrt{2} \times 3 = 9\sqrt{2}$ ($cm^3$)

6　1. $2\sqrt{2}$ (cm)　2. $\frac{20\sqrt{2}}{3}$ ($cm^3$)

≪解説≫

1. H は正方形 ABCD の対角線 AC の中点。$AC = \sqrt{2}AB = \sqrt{2} \times 4 = 4\sqrt{2}$ (cm) なので，$AH = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ (cm)　よって，直角三角形 OAH において，三平方の定理より，$OH = \sqrt{OA^2 - AH^2} = \sqrt{4^2 - (2\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{2}$ (cm)

2. 右図のように，L，M から辺 AB にそれぞれ垂線 LE，MF をひき，さらに，E，F から辺 CD にそれぞれ垂線 EG，FH をひくと，立体 LMABCD は四角錐 LAEGD，四角錐 MFBCH，三角柱 LEG―MFH に分けられる。四角錐 LAEGD と四角錐 MFBCH は底面をそれぞれ長方形 AEGD，長方形 FBCH とすると，高さは，$\frac{1}{2}OH = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$ (cm)　中点連結定理より，LM ∥ AB，$LM = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 4 = 2$ (cm) となり，四角形 LABM は等脚台形だから，$AE = BF = (4 - 2) \times \frac{1}{2} = 1$ (cm)　よって，四角錐 LAEGD と四角錐 MFBCH の体積は，$\frac{1}{3} \times 1 \times 4 \times \sqrt{2} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$ ($cm^3$)　また，$\triangle LEG = \frac{1}{2} \times 4 \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ ($cm^2$) だから，三角柱 LEG―MFH の体積は，$2\sqrt{2} \times 2 = 4\sqrt{2}$ ($cm^3$)　よって，立体 LMABCD の体積は，$\frac{4\sqrt{2}}{3} \times 2 + 4\sqrt{2} = \frac{20\sqrt{2}}{3}$ ($cm^3$)




©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第 27 講　確率（さいころ）

## Step 1

1 ア・ウ

≪解説≫

ア．$3000 \times \frac{1}{6} = 500$ より，500 回ぐらい 6 の目が出る。

イ．$60 \times \frac{1}{6} = 10$ であるが，必ず 10 回は 6 の目が出るとはいえない。

ウ．6 の目が必ず 6 回に 1 回出るわけではないので，正しい。

エ．6 の目が出たあとも，次に 6 の出る確率は $\frac{1}{6}$ で変わらない。

2 (1) 36（通り）　(2) $\frac{1}{6}$　(3) $\frac{5}{12}$

≪解説≫

(1) 十の位は 1～6 の 6 通り，一の位も 1～6 の 6 通りだから，$6 \times 6 = 36$（通り）

(2) 5 の倍数は，15，25，35，45，55，65 の 6 通りだから，求める確率は，$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

(3) 十の位の数が一の位の数より大きいのは，21，31，32，41，42，43，51，52，53，54，61，62，63，64，65 の 15 通りだから，求める確率は，$\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$

3 (1) $\frac{5}{36}$　(2) $\frac{5}{9}$　(3) $\frac{1}{4}$

≪解説≫

(1) $x + y = 8$ となるのは，$(x,\ y) = (2,\ 6)$，$(3,\ 5)$，$(4,\ 4)$，$(5,\ 3)$，$(6,\ 2)$ の 5 通り。2 つのさいころを同時に投げたときの目の出方は全部で，$6 \times 6 = 36$（通り）なので，求める確率は $\frac{5}{36}$。

(2) $xy$ の値が 3 の倍数になるには，$x$ か $y$ の少なくとも一方が 3 の倍数であればよい。$x$，$y$ のどちらも 3 の倍数でない場合は，$x$ が，1，2，4，5 の 4 通りで，$y$ もその 4 通りが出るときだから，$4 \times 4 = 16$（通り）　よって，$x$ か $y$ の少なくとも一方が 3 の倍数である場合は，$36 - 16 = 20$（通り）となり，求める確率は，$\frac{20}{36} = \frac{5}{9}$

(3) $x + y$ が 4 の倍数になればよい。$x + y = 4$ となる場合が，$(x,\ y) = (1,\ 3)$，$(2,\ 2)$，$(3,\ 1)$ の 3 通り。$x + y = 8$ となる場合が，(1)より，5 通り。$x + y = 12$ となる場合が，$(x,\ y) = (6,\ 6)$ の 1 通り。よって，全部で，$3 + 5 + 1 = 9$（通り）で，求める確率は，

$\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　2

**4**　(1) $\frac{1}{12}$　(2) $\frac{7}{36}$

≪解説≫

(1) 大小 2 つのさいころを同時に投げるとき，出た目の数の場合の数は，$6 \times 6 = 36$ (通り)　そのうち，$n = 12$ となる場合は，(大，小) = (3，6)，(4，4)，(5，2) の 3 通り。よって，求める確率は，$\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

(2) $\frac{228}{n}$ の値が整数となるのは，$n$ が 228 の約数のとき。$n$ は，$1 \times 2 + 1 = 3$ 以上，$6 \times 2 + 6 = 18$ 以下なので，$228 = 2^2 \times 3 \times 19$ より，$n$ が 228 の約数となるのは，3，$2^2 = 4$，$2 \times 3 = 6$，$2^2 \times 3 = 12$ のとき。よって，$\frac{228}{n}$ の値が整数となる場合は，(大，小) = (1，1)，(1，2)，(1，4)，(2，2)，(3，6)，(4，4)，(5，2) の 7 通りだから，求める確率は $\frac{7}{36}$。

**5**　$\frac{7}{36}$

≪解説≫

1 つのさいころを 2 回投げるとき，出る目の場合の数は，$6 \times 6 = 36$ (通り)　そのうち，$\sqrt{a(b+3)}$ が整数となる場合は，$a(b+3)$ が平方数となる $a$，$b$ の組合せを考えて，($a$，$b$) = (1，1)，(1，6)，(2，5)，(4，1)，(4，6)，(5，2)，(6，3) の 7 通り。よって，求める確率は $\frac{7}{36}$。

**6**　$\frac{1}{3}$

≪解説≫

二つのさいころの目の出方は全部で，$6 \times 6 = 36$ (通り)　$a$，$b$ の表は右図のようになり，このうち，$a \geqq b$ となるのは，色をつけた 12 通りだから，求める確率は，$\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$

$a$ (和)

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

$b$ (積)

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 2 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |
| 3 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 |
| 4 | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 |
| 5 | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 |
| 6 | 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 |

**7**　(例) $a + b = 4$

≪解説≫

2 つのさいころの目の出方は全部で，$6 \times 6 = 36$ (通り)　$\frac{1}{12} = \frac{3}{36}$ なので，場合の数が 3 になるような等式を考えると，$a + b = 4$ や $ab = 4$ がある。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　3

**8**　(1) ①・⑬　(2) ⑧(がもっともゴールしやすい。)

≪解説≫

(1) 2つのさいころの出た目の数の和は，2以上12以下の整数だから，①と⑬にコマを置くと，どのような目が出てもゴールすることができない。

(2) 2つのさいころをA，Bとする。スタートの位置が②の場合，ゴールできる目の出方は，(A，B)＝(1，1)の1通り。2つのさいころの目の出方は全部で36通りだから，確率は$\frac{1}{36}$。スタートの位置が⑤の場合，ゴールできる目の出方は，(A，B)＝(1，4)，(2，3)，(3，2)，(4，1)の4通りだから，確率は，$\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$　スタートの位置が⑧の場合，ゴールできる目の出方は，(A，B)＝(2，6)，(3，5)，(4，4)，(5，3)，(6，2)の5通りだから，確率は$\frac{5}{36}$。よって，⑧がもっともゴールしやすい。

**9**　① 4(個)　② $\frac{2}{9}$

≪解説≫

① 1回目に5の目が出ると，1〜5番の5個の石の上の面が黒に変わる。2回目に2の目が出ると，2番の石だけ上の面が白に戻るから，4個の石の上の面が黒となる。

② 1回目のさいころの目の数を$p$，2回目のさいころの目の数を$q$とすると，黒の面が上になっている石が2個となるのは，$p=1$のとき，$q=2$，3の2通り。$p=2$のとき，$q=1$，3の2通り。$p=3$のとき，$q=1$，2の2通り。$p=4$のとき，$q=6$の1通り。$p=5$のときは0通りで，$p=6$のとき，$q=4$の1通り。よって，条件を満たす目の出方は，$2+2+2+1+1=8$(通り)　2回のさいころの目の出方は全部で，$6\times6=36$(通り)だから，求める確率は，$\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第28講　確率（カード・球）

## Step　1

1　$\frac{1}{3}$

≪解説≫

4枚のカードに書かれている数の和は，$1+2+3+4=10$だから，袋の中に残っているカードに書かれている数の和が，取り出したカードに書かれている数の和より大きくなるとき，取り出したカードに書かれている数の和は5未満になる。カードの取り出し方は，全部で，(1，2)，(1，3)，(1，4)，(2，3)，(2，4)，(3，4)の6通りで，このうち，カードに書かれている数の和が5未満になるのは，(1，2)(1，3)の2通り。よって，求める確率は，$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

2　$\frac{1}{5}$

≪解説≫

$y=-x$の関係になるのは，$(x,\ y)=(-2,\ 2)$，$(-1,\ 1)$，$(2,\ -2)$，$(1,\ -1)$の4通り。カードの取り出し方は全部で，$5\times4=20$（通り）だから，求める確率は，$\frac{4}{20}=\frac{1}{5}$

3　問1. $\frac{3}{7}$　問2. (1) 49（個）　(2) $\frac{10}{49}$

≪解説≫

問1. 玉を1回取り出すときの取り出し方は7通り。赤玉は3個あるから，求める確率は$\frac{3}{7}$。

問2. (1) 1回目も2回目も取り出し方は7通りだから，$7\times7=49$（個）　(2) 条件を満たす2けたの整数は，11，13，21，23，31，33，45，55，67，77の10個だから，求める確率は$\frac{10}{49}$。

## Step　2

4　問1. $\frac{2}{5}$　問2. $\frac{1}{5}$　問3. $\frac{1}{5}$

≪解説≫

問1. $-2$，$-1$の整数が書かれているカードの2枚なので，確率は$\frac{2}{5}$。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

問 2. 整数の積が正の整数になるひき方は，（大山さん，湖山さん）＝（－ 2，－ 1），（－ 1，－ 2），（1，2），（2，1）の 4 通り。カードのひき方は全部で，$5 \times 4 = 20$（通り）なので，求める確率は，$\frac{4}{20} = \frac{1}{5}$

問 3. 東郷さんが 0 のカードをひいた場合，$a \times 0 = b \times 0$ となり，大山さんと湖山さんがどのカードをひいても，$ac = bc = 0$ が成り立つ。このときの場合の数は，$4 \times 3 = 12$（通り）　東郷さんが 0 以外のカードをひくと，$a = b$ となる必要があるが，これが成り立つひき方はない。3 人のカードのひき方は全部で，$5 \times 4 \times 3 = 60$（通り）なので，求める確率は，$\frac{12}{60} = \frac{1}{5}$

5　（Ａの方法で取り出すときの確率）$\frac{1}{10}$　（Ｂの方法で取り出すときの確率）$\frac{4}{25}$

（答）Ｂ（の方法の方が起こりやすい。）

≪解説≫

Ａの方法で取り出すとき，1 個目の取り出し方は 5 通り，2 個目の取り出し方は残りの 4 通りあるので，$5 \times 4 = 20$（通り）　赤玉を $R_1$，$R_2$ とすると，2 個の玉がともに赤玉である場合は，（1 個目，2 個目）＝（$R_1$，$R_2$），（$R_2$，$R_1$）の 2 通りだから，求める確率は，$\frac{2}{20} = \frac{1}{10}$　Ｂの方法で取り出すとき，1 個目，2 個目ともに 5 通りずつあるから，$5 \times 5 = 25$（通り）　2 個の玉がともに赤玉である場合は，（$R_1$，$R_1$），（$R_1$，$R_2$），（$R_2$，$R_1$），（$R_2$，$R_2$）の 4 通りだから，求める確率は $\frac{4}{25}$。よって，$\frac{4}{25} > \frac{1}{10}$ より，Ｂの方法の方が起こりやすい。

## Step　3

6　(1) $10a + b \geqq 22$　(2)（例）2 枚のカードの組み合わせが，①と①の組み合わせになる確率は $\frac{2}{7}$，①と②の組み合わせになる確率は $\frac{8}{21}$ である。よって，花子さんの考えが正しい。

(3) $\frac{6}{7}$

≪解説≫

(1) 2 桁の整数は $10a + b$ と表せるから，$10a + b \geqq 22$

(2) 7 枚のカードから 2 枚のカードを続けてひくとき，1 枚目は 7 通り，2 枚目は残り 6 通りのひき方があるから，全部で，$7 \times 6 = 42$（通り）のひき方がある。①と①の組み合わせは，$4 \times 3 = 12$（通り）あるから，この組み合わせの確率は，$\frac{12}{42} = \frac{2}{7}$　①と②の組み合わせは，①，②の順でひく場合が，$4 \times 2 = 8$（通り），②，①の順でひく場合が，$2 \times$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

$4=8$（通り）で，合わせて16通りあるから，この組み合わせの確率は，$\frac{16}{42}=\frac{8}{21}$　よって，$\frac{2}{7}<\frac{8}{21}$ より，花子さんの考えが正しい。

(3) 2枚のカードを同時にひくとき，順序を考えないから，そのひき方は，$42 \div 2 = 21$（通り）　残ったカードを並べたとき，右端から2番目のカードに書かれている数が2にならないのは，2を2枚ひいた場合が1通り，2と3をひいた場合が2通りのひき方がある。よって，右端から2番目のカードに書かれている数が2となるのは，$21-(1+2)=18$（通り）なので，求める確率は，$\frac{18}{21}=\frac{6}{7}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製·転載を禁止します。

# 第29講　確率（図形）

## Step 1

1　$\frac{3}{5}$

≪解説≫

正六角形ABCDEFに外接する円を描くと，AD，BE，CFは，円の直径となる。半円の弧に対する円周角は90°だから，この3つの線分のいずれかを斜辺とする三角形は直角三角形となる。よって，点Aを頂点に含む直角三角形の頂点の組は，(A，B，D)，(A，C，D)，(A，B，E)，(A，C，F)，(A，D，E)，(A，D，F)の6通り。2枚のカードの取り出し方は，(B，C)，(B，D)，(B，E)，(B，F)，(C，D)，(C，E)，(C，F)，(D，E)，(D，F)，(E，F)の10通りだから，求める確率は，$\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

2　$\frac{3}{7}$

≪解説≫

カードのひき方は，(1，2)，(1，3)，(1，4)，(1，5)，(1，6)，(1，7)，(2，3)，(2，4)，(2，5)，(2，6)，(2，7)，(3，4)，(3，5)，(3，6)，(3，7)，(4，5)，(4，6)，(4，7)，(5，6)，(5，7)，(6，7)の21通り。正八角形の8つの頂点を通る円を考えると，直角三角形ができるのは3点のうちの2点が円の直径の両端にあるとき。よって，(1，4)，(1，5)，(2，4)，(2，6)，(3，4)，(3，7)，(4，5)，(4，6)，(4，7)の9通り。したがって，求める確率は，$\frac{9}{21}=\frac{3}{7}$

3　$\frac{7}{18}$

≪解説≫

△ABCは，$AB^2+AC^2=BC^2$が成り立つので，$\angle A=90°$の直角三角形。2つのさいころを同時に1回投げるとき，出た目の数の場合の数は，$6\times6=36$（通り）　そのうち，点A，B，Pを結んで直角三角形ができる場合は，$a=8$，9，10，11のときで，そのような目の出方は，2つのさいころの出た目の数をそれぞれア，イとすると，(ア，イ)＝(2，6)，(3，5)，(4，4)，(5，3)，(6，2)，(3，6)，(4，5)，(5，4)，(6，3)，(4，6)，(5，5)，(6，4)，(5，6)，(6，5)の14通り。よって，求める確率は，$\frac{14}{36}=\frac{7}{18}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　2

**4**　(1) 6（通り）　(2) $\frac{5}{12}$

≪解説≫

(1) 点Bが，(4，1)，(4，2)，(4，3)，(4，4)，(4，5)，(4，6)の位置にあるときだから，6通り。

(2) 大小2つのさいころの目の出方は全部で，$6 \times 6 = 36$（通り）だから，点Bも36通りとれる。そのうち，∠AOBが鈍角になるような点Bはない。∠OBAが鈍角になるのは，中心が点(2，0)，半径が2の半円の内部に点Bがあるときだから，点Bは，(1，1)，(2，1)，(3，1)の3通り。∠OABが鈍角になるのは，点Bの$x$座標が5または6のときで，そのような点Bは，$6 \times 2 = 12$（通り）　合わせて，$3 + 12 = 15$（通り）あるから，求める確率は，$\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$

**5**　(ア) $\frac{1}{7}$　(イ) $\frac{4}{7}$　(ウ) $\frac{5}{21}$

≪解説≫

(ア) カードの取り出し方は，袋$p$からが3通り，袋$q$からが7通りなので，$3 \times 7 = 21$（通り）　このうち，線分PQが円Oの中心を通るのは，(点Pの位置，点Qの位置) = (B，H)，(C，I)，(D，J)の3通りなので，求める確率は，$\frac{3}{21} = \frac{1}{7}$

(イ) B，C，Dをふくまないほうの$\overset{\frown}{AQ}$に対する中心角と円周角の関係より，円周角である∠APQの大きさが60°以上になるのは，中心角である∠AOQが120°以上になる場合。このような点Qの位置は，F，G，H，Iの4通りで，そのそれぞれで点Pの位置は3通り考えられるので，$4 \times 3 = 12$（通り）　よって，求める確率は，$\frac{12}{21} = \frac{4}{7}$

(ウ) (点Pの位置，点Qの位置) = (B，L)，(C，H)，(C，K)，(D，G)，(D，J)の5通りだから，求める確率は，$\frac{5}{21}$。

## Step　3

**6**　$\frac{11}{36}$

≪解説≫

大小2つのさいころの目の出方は，$6 \times 6 = 36$（通り）　直線PQが直線CGとねじれの位置にあるのは，点PがAにあるとき，点QはF，Hにある場合で，(大，小) = (4，3)，(4，1)，(4，5)の3通り。点PがBにあるとき，点QはE，Hにある場合で，(大，小) =

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

(1，4)，(1，1)，(1，5)，(5，4)，(5，1)，(5，5)の6通り。点PがCにあるとき，ねじれの位置にはならない。点PがDにあるとき，点QはE，Fにある場合で，(大，小)＝(3，4)，(3，3)の2通り。よって，全部で，$3+6+2=11$(通り)なので，求める確率は，$\frac{11}{36}$。

7 (1) $\frac{1}{3}$　(2) $\frac{2}{9}$　(3) $\frac{2}{3}$　(4) $\frac{2}{9}$

≪解説≫

(1) 2秒後までの移動の仕方は，$3\times3=9$(通り)あり，そのうち，点Pが頂点Aに止まるのは，A→B→A，A→D→A，A→E→Aの3通り。よって，求める確率は，$\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

(2) 3秒後までの移動の仕方は，$3\times3\times3=27$(通り)あり，そのうち，点Pが頂点Gに止まるのは，A→B→C→G，A→B→F→G，A→D→C→G，A→D→H→G，A→E→F→G，A→E→H→Gの6通り。よって，求める確率は，$\frac{6}{27}=\frac{2}{9}$

(3) 1秒後と3秒後に止まる頂点が同じであれば三角形にならず，このような場合は，A→B→A→B，A→B→C→B，A→B→F→B，A→D→A→D，A→D→C→D，A→D→H→D，A→E→A→E，A→E→F→E，A→E→H→Eの9通り。よって，三角形になる場合は，$27-9=18$(通り)なので，求める確率は，$\frac{18}{27}=\frac{2}{3}$

(4) 4秒後までの移動の仕方は，$3\times3\times3\times3=81$(通り)　このうち，点Pが3秒後まで移動して三角形ができる場合で，4秒後に止まる頂点がその三角形と同じ面にないときに立体になる。3秒後までの移動でできた三角形から，4秒後に別の面に移動する方法はそれぞれ1通りずつなので，立体になる場合は18通り。よって，求める確率は，$\frac{18}{81}=\frac{2}{9}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第30講　資料の活用

## Step　1

1　ウ(と)エ

≪解説≫

ア．借りた本の冊数が6冊以上の人は，$2+3+1=6$（人）より，全体の，$6\div20\times100=30$（%）

イ．借りた本の冊数の平均値は，$(0\times4+1\times5+2\times3+4\times2+6\times2+7\times3+8\times1)\div20=3$（冊）

ウ．生徒の人数が20人で偶数だから，中央値は，借りた本の冊数が10番目と11番目の生徒の冊数の平均となる。$1+3+2+2=8$（人），$1+3+2+2+3=11$（人）より，借りた本の冊数が10番目と11番目の生徒の冊数はどちらも2冊だから，中央値は2冊。よって，正しい。

エ．借りた本の冊数が1冊の生徒が最も多いから，最頻値は1冊。よって，正しい。

オ．借りた本の冊数の範囲は，$8-0=8$（冊）

2　ウ

≪解説≫

まず，2時間以上3時間未満の度数は10人。次に，$(12+3)\div30=0.5$より，3時間以上5時間未満の人は全体の50％。また，度数が最も多い階級は，3時間以上4時間未満なので，最頻値（モード）は，3.5時間。さらに，平均値は，$(0.5\times1+1.5\times4+2.5\times10+3.5\times12+4.5\times3)\div30=2.9$（時間）　よって，正しくないのは，ウ。

3　(1) ア．4　イ．8　(2) 22.5（m）　(3) 0.27

≪解説≫

(1) ア．11，13，14，14より，4。イ．15，15，16，17，18，18，19，19より，8。

(2) 度数が最も多いのは，20m以上25m未満の階級だから，最頻値は，$\dfrac{20+25}{2}=22.5$（m）

(3) 25m以上投げたのは，$6+2=8$（人）だから，相対度数は，$8\div30=0.266\cdots$より，小数第3位を四捨五入して，0.27。

4　（およそ）90（人）

≪解説≫

およそ$x$人とすると，$\dfrac{x}{600}=\dfrac{18}{120}$が成り立つので，$x=600\times\dfrac{18}{120}=90$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　2

5　問1．ア．7　イ．0.28　問2．18.7（分）　問3．イ

≪解説≫

問1．ア．122.5 ÷ 17.5 = 7　イ．7 ÷ 25 = 0.28

問2．467.5 ÷ 25 = 18.7（分）

問3．①を満たしているのはイ，ウ，オで，このうち，②を満たしているのはイとオ。また，25 ÷ 2 = 12 余り 1 より，どちらの組も通学時間が短い方から数えて 13 番目の生徒が中央値となるので，イで中央値が入っている階級は 15 分以上 20 分未満，オで中央値が入っている階級は 25 分以上 30 分未満。3 年 1 組で中央値が入っている階級は 15 分以上 20 分未満なので，3 年 2 組のヒストグラムはイ。

6　(1) 0.16　(2)（選んだ生徒）A（さん）（理由）（例）5.30m 未満の回数の割合が小さいから。（選んだ生徒）B（さん）（理由）（例）5.70m 以上の度数の合計が多いから。

≪解説≫

(1) A さんの 5.40m 以上 5.50m 未満の階級の度数は 4 回だから，相対度数は，$\frac{4}{25} = 0.16$

(2) 選ぶ基準として，「低い記録が少ない。」「高い記録が多い。」などが考えられる。また，最頻値は，A さんが 5.65m，B さんが 5.55m で，A さんの方が大きい。中央値は，A さんが 5.50m 以上 5.60m 未満の階級，B さんが 5.60m 以上 5.70m 未満の階級にそれぞれ含まれるので，B さんの方が大きい。これらの代表値を利用して解答してもよい。

## Step　3

7　(1) ア．8　イ．714　(2) 28（kg 以上）32（kg 未満の階級）　(3) 12（人）

≪解説≫

(1) 全度数は 80 人，相対度数は 0.10 だから，ア = 80 × 0.10 = 8　また，32kg 以上 36kg 未満の階級値は，(32 + 36) ÷ 2 = 34（kg）で，度数は，80 −(2 + 8 + 31 + 9 + 5 + 4) = 21（人）　よって，イ = 34 × 21 = 714

(2) 小さい方から数えて 40 番目，41 番目の握力の平均が中央値になる。2 + 8 = 10，2 + 8 + 31 = 41 より，40 番目，41 番目ともに 28kg 以上 32kg 未満だから，中央値がはいっているのは，28kg 以上 32kg 未満の階級。

(3) 20 人のうち，24kg 以上 28kg 未満の人数を $x$ 人，40kg 以上 44kg 未満の人数を $y$ 人とする。100 人全員の，(階級値)×(度数)の和は，32.8 ×(80 + 20) = 3280 だから，$26x + 42y = 3280 - 2632$ が成り立つ。整理して，$13x + 21y = 324$……①　また，人数の関係から，$x + y = 20$……②　①，②を連立方程式として解くと，$x = 12$，$y = 8$　よっ

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

て，求める人数は12人。

8　1．⑴ 0.26　⑵（およそ）1400（人）　⑶ a．38　b．22

2．中央値がふくまれる階級は，1組が120分以上180分未満，2組が60分以上120分未満であるから，1組の方が中央値が大きい。

≪解説≫

1．⑴ 60分以上120分未満の階級の度数は52だから，その相対度数は，$52 \div 200 = 0.26$

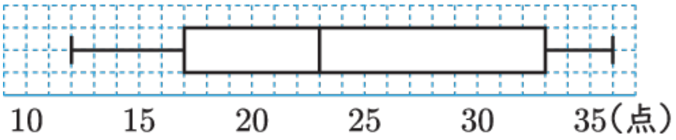
⑵ 視聴時間が120分以上180分未満の中学2年生は，200人中54人いる。5100人中でも，ほぼ同じ割合だと考えられるから，その人数は，$54 \times \dfrac{5100}{200} = 1377$（人）　よって，十の位を四捨五入して，およそ1400人と推定できる。⑶ a，bにあてはまる人数をそれぞれ$x$人，$y$人とすると，$x + y = 200 - (52 + 54 + 34)$より，$x + y = 60$……①　また，平均値は，各階級値と度数の積の総和を，度数の合計で割って求められるから，$(30x + 90 \times 52 + 150 \times 54 + 210 \times 34 + 270y) \div 200 = 135$より，$x + 9y = 236$……②　①，②を連立方程式として解くと，$x = 38$，$y = 22$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　3　追加

**9** (1) 23 点　(2) 17 点　(3) 33 点　(4) 16 点

(5)




≪解説≫

(1) 与えられたデータを小さい順に並べかえると，

12, 15, 16, 18, 20, 21, 25, 27, 30, 36, 36, 36 と並び替えられる。

よって中央の 2 つの値の平均値を求めると，

$\frac{21 + 25}{2} = 23$（点）

(2) 第 1 四分位数とは，データを小さい順に並べたときの前半部分の中央値である。

前半部分の中央値を求めると，

$\frac{16 + 18}{2} = 17$（点）

(3) 第 3 四分位数とは，データを小さい順に並べたときの後半部分の中央値である。

後半部分の中央値を求めると，

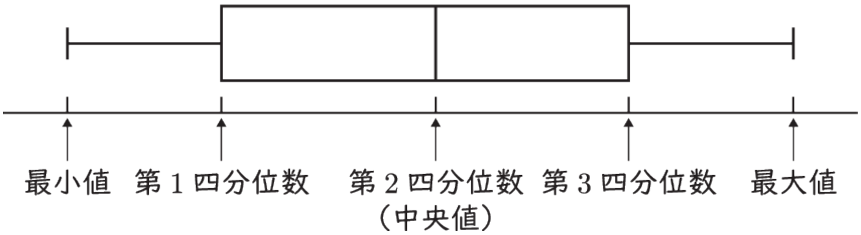
$\frac{30 + 36}{2} = 33$（点）

(4) (四分位範囲)=(3 四分位数)−(第 1 四分位数)で求めることができる。

(2)，(3)より，

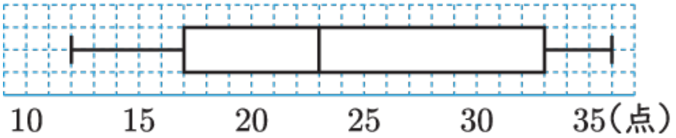
$33 - 17 = 16$（点）

(5) 箱ひげ図とは，最小値，最大値，3 つの四分位数を 1 つにまとめて表した図である。




最小値は 12 点，最大値は 36 点であり，(1)～(3)の結果より，

箱ひげ図は次の図のようになる。




©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製·転載を禁止します。